

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



И. И. ИВАНОВ, А. Ф. ЛУКИН, Г. И. СОЛОВЬЕВ

# ЭЛЕКТРО- ТЕХНИКА

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ,  
ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

*Издание второе,  
исправленное*



Санкт-Петербург  
2002

**ББК 31.2**

**И 20**

**Иванов И. И., Лукин А. Ф., Соловьев Г. И.**

**И 20 Электротехника. Основные положения, примеры и задачи. 2-е изд., исправленное. — СПб.: Издательство «Лань», 2002. — 192 с. Табл. 29, ил. 84, библ. 9. — (Учебники для вузов. Специальная литература).**

**ISBN 5-8114-0460-3**

Учебное пособие соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины «Электротехника» для студентов высших учебных заведений.

Изложены основные теоретические сведения, примеры решения типовых задач, задачи и контрольные задания по основным разделам курса «Электротехника». Приведены указания и справочные таблицы, что позволяет решать задачи без дополнительного справочного материала.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Санкт-Петербургского государственного технического университета.

**ББК 31.2**

*Оформление обложки*  
**С. Л. ШАПИРО, А. Ю. ЛАПШИН**

**Охраняется законом РФ об авторском праве.**

**Воспроизведение всей книги или любой ее части запрещается без письменного разрешения издателя.**

**Любые попытки нарушения закона  
будут преследоваться в судебном порядке.**

© Издательство «Лань», 2002

© И. И. Иванов, А. Ф. Лукин,

Г. И. Соловьев, 2002

© Санкт-Петербургский  
государственный технический  
университет, 2002

© Издательство «Лань»,

художественное оформление, 2002

## Предисловие

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов не электротехнических специальностей высших учебных заведений, изучающих курс «Электротехника» в рамках бакалаврской и магистерской подготовки. Более глубокому освоению этого курса способствует самостоятельная работа, позволяющая использовать теоретические знания для решения практических задач.

Самостоятельное решение практических задач по электротехнике довольно часто вызывает большие трудности, поэтому в пособии в каждой главе приведены основные теоретические положения и формулы и примеры решения типовых задач. Большинство задач снабжены ответами, что позволяет контролировать правильность их решения. Некоторые темы курса снабжены контрольными заданиями.

Глава 9 написана профессором И. И. Ивановым, главы 6, 8, задачи и контрольные задания к главам 1, 2 и 3 написаны профессором А. Ф. Лукиным, главы 1, 2, 3, (кроме задач и контрольных заданий) 4, 5, 7 — профессором Г. И. Соловьевым.

Авторы выражают благодарность Л. Н. Забоиной и Т. Г. Потаповой за помощь в подготовке рукописи к изданию.

Авторы заранее благодарят читателей за замечания и предложения по первому изданию учебного пособия и постараются учесть их в следующих изданиях.

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

### 1.1. Основные понятия, определения и законы

*Электрической цепью* называют совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об ЭДС, токе и напряжении.

Элемент электрической цепи, параметры которого (сопротивление и др.) не зависят от тока в нем, называют *линейным*, в противном случае — *нелинейным*.

*Линейная электрическая цепь* — цепь, все элементы которой являются линейными.

*Нелинейная электрическая цепь* — цепь, содержащая хотя бы один нелинейный элемент.

*Электрическая схема* — графическое изображение электрической цепи, содержащее условные обозначения ее элементов и способы их соединения. Электрическая схема простейшей электрической цепи с источником ЭДС, обладающим внутренним сопротивлением  $R_0$ , и приемником электрической энергии с сопротивлением  $R_n$ , представлена на рис. 1.1.

*Ветвь* электрической цепи (схемы) — участок цепи с одним и тем же током. Ветвь может состоять из одного или нескольких последовательно соединенных элементов. Количество ветвей в электрической схеме принято обозначать буквой «р».

*Узел* — место соединения трех и более ветвей. Ветви, присоединенные к одной паре узлов, называют параллельными. Число узлов принято обозначать буквой «q».

*Контур* — любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям.

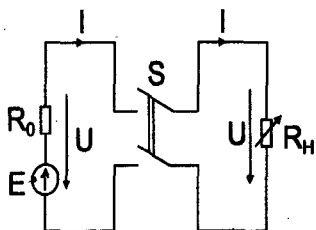


Рис. 1.1

**Независимый контур** — контур, в состав которого входит хотя бы одна ветвь, не принадлежащая другим контурам. Число независимых контуров в электрической схеме  $n = p - (q - 1)$ .

В электрической схеме, представленной на рис. 1.2, три узла ( $q = 3$ ), пять ветвей ( $p = 5$ ), шесть контуров и три независимых контура ( $n = 3$ ). Между узлами 1 и 3 имеются две параллельные ветви с источниками ЭДС  $E_1$  и  $E_2$ , между узлами 2 и 3 также имеются две параллельные ветви с резисторами  $R_1$  и  $R_2$ .

Условные положительные направления ЭДС источников, токов в ветвях и напряжений между узлами или на зажимах элементов цепи необходимо задать для правильной записи уравнений, описывающих процессы в электрической цепи или ее элементах. На электрических схемах их указывают стрелками (см. рис. 1.2):

а) для ЭДС источников — произвольно, при этом полюс (зажим), к которому направлена стрелка, имеет более высокий потенциал по отношению к другому полюсу (зажиму);

б) для токов в ветвях, содержащих источники ЭДС — совпадающими с направлением ЭДС, во всех других ветвях — произвольно;

в) для напряжений — совпадающими с направлением тока в ветви или элементе цепи.

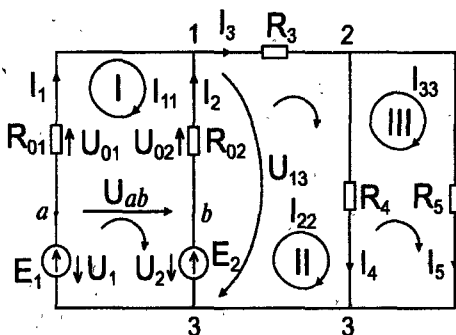


Рис. 1.2

Источник ЭДС на электрической схеме можно заменить источником напряжения, при этом условное положительное направление напряжения источника задается противоположным направлением ЭДС (см. рис. 1.2, напряжения  $U_1$  и  $U_2$ ).

*Закон Ома для участка цепи:*

$$I = \frac{U}{R} \text{ или } U = RI. \quad (1.1)$$

Для ветви 1—2 (см. рис. 1.2):  $U_3 = R_3 I_3$  — называют напряжением или падением напряжения на резисторе  $R_3$ ,  $I_3 = U_3 / R_3$  — ток в резисторе.

*Первый закон Кирхгофа:* сумма токов в узле равна нулю

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0, \quad (1.2)$$

где  $m$  — число ветвей, подключенных к узлу.

При записи уравнений по первому закону Кирхгофа токи, направленные к узлу, берут с одним знаком, как правило со знаком «плюс», а токи, направленные от узла, — с противоположным знаком. Например, для узла 1 (см. рис. 1.2)  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ .

*Второй закон Кирхгофа. Формулировка 1:* сумма ЭДС в любом контуре электрической цепи равна сумме падений напряжений на всех элементах этого контура

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m R_k I_k = \sum_{k=1}^m U_k, \quad (1.3a)$$

где  $n$  — число источников ЭДС в контуре,  $m$  — число элементов с сопротивлением  $R_k$  в контуре,  $U_k = R_k I_k$  — напряжение или падение напряжения на  $k$ -м элементе контура.

*Формулировка 2:* сумма напряжений на всех элементах контура, включая источники ЭДС, равна нулю, т. е.

$$\sum_{k=1}^m U_k = 0. \quad (1.36)$$

При записи уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо:

1) задать условные положительные направления ЭДС, токов и напряжений;

2) выбрать направление обхода контура, для которого записывается уравнение;

3) записать уравнение, пользуясь одной из формулировок, причем слагаемые, входящие в уравнение, берут со знаком «плюс», если их условные положительные направления совпадают с направлением обхода контура, и со знаком «минус», если они противоположны.

Например, для контура II (см. рис. 1.2) при указанном направлении обхода уравнения имеют вид

$$E_2 = R_{02}I_2 + R_3I_3 + R_4I_4, \quad (\text{формулировка 1})$$

$$-U_2 + U_{02} + U_3 + U_4 = 0. \quad (\text{формулировка 2})$$

Вторым законом Кирхгофа можно пользоваться и для определения напряжения между двумя произвольными точками схемы. Для этого в уравнения (1.3) необходимо ввести напряжение между этими точками, которое как бы дополняет незамкнутый контур до замкнутого. Например, для определения напряжения  $U_{ab}$  (см. рис. 1.2) можно написать уравнение  $U_{01} - U_{02} - U_{ab} = 0$ , откуда  $U_{ab} = E_1 - E_2 = U_1 - U_2$ .

**Закон Джоуля—Ленца:** количество теплоты, выделяемой в элементе электрической цепи, обладающем сопротивлением  $R$ , за время  $t$  равно:

$$Q = RI^2t = GU^2t = UI t = Pt, \quad (1.4)$$

где  $G = \frac{1}{R}$  — электрическая проводимость,  $P = UI$  — электрическая мощность.

## 1.2. Расчет линейных электрических цепей с использованием законов Ома и Кирхгофа

Законы Ома и Кирхгофа используют, как правило, при расчете относительно простых электрических цепей с небольшим числом контуров, хотя принципиально с их помощью можно рассчитать сколь угодно сложные электрические цепи. Однако решение в этом случае может оказаться слишком громоздким и потребует больших затрат времени. По этой причине для расчета сложных электрических цепей разработаны более рациональные методы расчета, основные из них рассмотрены ниже.

При расчете электрических цепей в большинстве случаев известны параметры источников ЭДС или напряжения, сопротивления элементов электрической цепи, и задача сводится к определению токов в ветвях цепи. Зная токи, можно найти напряжения на элементах цепи, мощность отдельных элементов и электрической цепи в целом, мощность источников и др.

Для определения токов в ветвях электрической цепи необходимо составить систему из  $p$  уравнений и решить ее относительно токов. При этом по первому закону Кирхгофа записывают  $(q - 1)$  уравнений для любых узлов цепи, а недостающие  $n = p - (q - 1)$  уравнений записывают по второму закону Кирхгофа для  $n$  независимых контуров.

## 1.3. Основные методы расчета сложных электрических цепей

### 1.3.1. Метод контурных токов (МКТ)

При расчете цепи этим методом составляют систему уравнений по второму закону Кирхгофа для всех независимых контуров. Затем полагают, что в каждом независимом контуре  $k$  протекает свой контурный ток  $I_{kk}$ , условное положительное направление которого совпадает с направлением обхода этого контура. Если ветвь является общей для нескольких контуров, то ток в ней будет равен алгебраической сумме контурных токов, замыкающих эту ветвь.

В общем случае система уравнений для цепи, имеющей  $n$  независимых контуров имеет следующий вид:





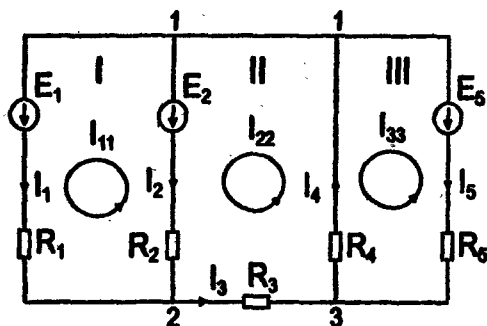


Рис. 1.3

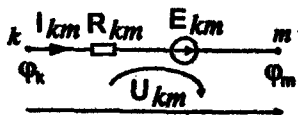
Токи в ветвях при указанных на схеме условных положительных направлениях:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11}; \quad I_2 = I_{22} - I_{11}; \quad I_3 = I_{22}; \\ I_4 &= I_{22} - I_{33}; \quad I_5 = -I_{33}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Если некоторые токи в ветвях окажутся отрицательными, это означает, что действительные направления токов в них противоположны условно принятым.

### 1.3.2. Метод узловых потенциалов (МУП)

Ток в любой ветви электрической цепи можно определить по известным потенциалам узлов, к которым она подключена, или напряжению между этими узлами. Согласно второму закону Кирхгофа для любой ветви электрической цепи, схема которой приведена на рисунке, при заданных условных положительных направлениях ЭДС, тока и напряжения и указанном направлении обхода контура можно написать уравнение  $-U_{km} + R_{km}I_{km} = E_{km}$ , откуда



$$I_{km} = \frac{E_{km} + U_{km}}{R_{km}} = [E_{km} + (\varphi_k - \varphi_m)] G_{km} \quad (1.8)$$



не содержащих источников ЭДС, определяют аналогично, полагая в уравнении (1.8)  $E_{hm} = 0$ .

Например, для электрической цепи (см. рис. 1.3), если принять потенциал узла 3 равным нулю ( $\varphi_3 = 0$ ), система уравнений будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} G_{11}\varphi_1 + G_{12}\varphi_2 &= I_{y1}, \\ G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 &= I_{y2}, \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

где

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = G_1 + G_2 + G_4 + G_5,$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = G_1 + G_2 + G_3,$$

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = -G_1 - G_2,$$

$$I_{y1} = -\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_5}{R_5} = -E_1G_1 - E_2G_2 - E_5G_5,$$

$$I_{y2} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} = E_1G_1 + E_2G_2.$$

Метод узловых потенциалов особенно эффективен при расчете электрических цепей с двумя узлами и большим количеством параллельных ветвей, при этом, если принять потенциал одного из узлов равным нулю, например,  $\varphi_2 = 0$ , то напряжение между узлами будет равно потенциалу другого узла

$$U_{12} = \varphi_1 = \frac{I_{y1}}{G_{11}} = \frac{\sum_{h=1}^m E_h G_h}{\sum_{h=1}^n G_h}, \quad (1.11)$$

где  $n$  — число параллельных ветвей цепи, а  $m$  — число ветвей, содержащих источники ЭДС.

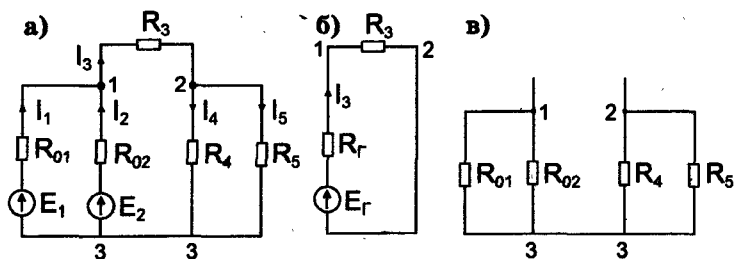


Рис. 1.4

### 1.3.3. Метод эквивалентного генератора (МЭГ)

Метод позволяет в ряде случаев относительно просто определить ток в какой-либо одной ветви сложной электрической цепи и исследовать поведение этой ветви при изменении ее сопротивления. Сущность метода заключается в том, что по отношению к исследуемой ветви сложная цепь заменяется эквивалентным источником (эквивалентным генератором — ЭГ) с ЭДС  $E_r$  и внутренним сопротивлением  $R_r$ .

Например, по отношению к ветви с резистором  $R_3$  электрическую схему, приведенную на рис. 1.4, а, можно заменить эквивалентной (см. рис. 1.4, б).

Если известны ЭДС и сопротивление эквивалентного генератора, то ток ветви может быть найден как

$$I_3 = \frac{E_r}{R_r + R_3} \quad (1.12)$$

и задача сводится к определению значений  $E_r$  и  $R_r$ .

Уравнение (1.12) справедливо при любых значениях сопротивления резистора  $R_3$ . Так, при холостом ходе ЭГ, когда узлы 1 и 2 разомкнуты,  $I_3 = 0$  и  $E_r = U_0$ , где  $U_0 = (\varphi_1 - \varphi_2)$  — напряжение холостого хода эквивалентного генератора,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — потенциалы узлов 1 и 2 в этом режиме.

При коротком замыкании ветви ( $R_3 = 0$ ) ток в ней  $I_{кз} = \frac{E_r}{R_r} = \frac{U_0}{R_r}$ , откуда внутреннее сопротивление ЭГ  $R_r =$

$= \frac{U_0}{I_{кз}}$ . Таким образом, для определения параметров эквивалентного генератора необходимо рассчитать любым из известных методов потенциалы узлов  $\phi_1$  и  $\phi_2$  в режиме холостого хода ЭГ и ток короткого замыкания в исследуемой ветви.

Приведенный метод определения параметров эквивалентного генератора является наиболее универсальным, однако в ряде случаев сопротивление  $R_t$  проще рассчитать как эквивалентное сопротивление между разомкнутыми узлами исследуемой ветви сложной цепи в предположении, что все источники ЭДС в цепи закорочены, как показано на рис. 1.4, в.

## 1.4. Примеры

1.4.1. Для электрической цепи (см. рис. 1.1) требуется написать уравнение для напряжения  $U$  источника питания, определить ток  $I$ , напряжение  $U$  на зажимах потребителя, мощность  $P_1$  источника питания, мощность  $P_2$  приемника и его сопротивление, при котором она будет иметь максимальное значение, КПД установки, если ЭДС источника  $E = 220$  В, его внутреннее сопротивление  $R_0 = 1$  Ом, сопротивление приемника  $R_n = 50$  Ом, сопротивлением проводов пренебречь. Построить внешнюю характеристику источника питания, а также зависимости  $P_1$ ,  $P_2$  и КПД от тока в цепи.

*Решение.*

Для указанных (см. рис. 1.1) условных положительных направлений ЭДС, тока, напряжения и обхода контура на основании второго закона Кирхгофа при включенном выключателе  $S$  имеем

$$E = R_0 I + R_n I = R_0 I + U, \quad (\text{п. 1.1})$$

где  $U = R_n I$  — напряжение на зажимах приемника электрической энергии, равное напряжению источника ЭДС.

Ток в цепи на основании (п. 1.1)

$$I = \frac{E}{R_0 + R_n} = \frac{220}{1 + 50} \approx 4,3 \text{ А.}$$

Напряжение на зажимах приемника

$$U = R_n I = 50 \cdot 4,3 = 215 \text{ В.}$$

Мощность источника питания и приемника

$$P_1 = EI = 220 \times 4,3 \approx 950 \text{ Вт,}$$

$$P_2 = R_n I^2 = \frac{R_n E^2}{(R_0 + R_n)^2} = 50 \cdot 4,3^2 \approx 930 \text{ Вт.}$$

$$\text{КПД установки } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_n}{R_0 + R_n} = \frac{930}{950} = 0,98.$$

Чтобы найти сопротивление приемника, при котором его мощность будет максимальной, необходимо взять от  $P_2$  производную по  $R_n$  и приравнять ее нулю, при этом получим

$$\frac{dP_2}{dR_n} = E^2 \frac{(R_0 + R_n)^2 - 2R_n(R_0 + R_n)}{(R_0 + R_n)^4} = 0.$$

Условие выполняется при  $R_0 = R_n$ . Максимальная мощность приемника при этом

$$P_{2\text{max}} = \frac{E^2 R_n}{(R_0 + R_n)^2} = \frac{E^2}{4R_0} = \frac{220^2}{4 \cdot 1} = 12,1 \text{ кВт.}$$

На основании (п. 1.1) имеем следующее уравнение для напряжения источника питания

$$U = E - R_0 I. \quad (\text{п. 1.2})$$

Графическую зависимость  $U = f(I)$ , построенную в соответствии с уравнением (п. 1.2), называют внешней характеристикой источника ЭДС. Характеристика в соответствии с (п. 1.2) при постоянных значениях  $E$  и  $R_0$  является линейной зависимостью от тока  $I$ , поэтому для ее построения достаточно определить ток и напряжение для каких-либо двух режимов работы источника, например, для режимов холостого хода (выключатель  $S$  выключен) и короткого замыкания (сопротивление приемника  $R_n = 0$ ).

Для холостого хода:  $I = 0$ ,  $U_0 = E = 220 \text{ В}$ . При коротком замыкании:  $U = 0$ ,  $I_k = E/R_0 = 220/1 = 220 \text{ А}$ . Искомые характеристики показаны на рис 1.5.

1.4.2. В электрической цепи (см. рис. 1.2) определить токи в ветвях, напряжения на всех элементах цепи,

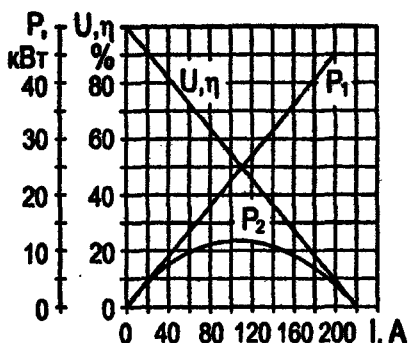


Рис. 1.5

напряжение  $U_{13}$  между узлами 1—3, мощность источника с ЭДС  $E_2$ , мощность приемника с сопротивлением  $R_3$ , режим работы источника с ЭДС  $E_1$ ,  $E = 12$  В, если  $E_1 = 12$  В,  $E_2 = 13,5$  В,  $R_{01} = 0,05$  Ом,  $R_{02} = 0,1$  Ом,  $R_3 = 2$  Ом,  $R_4 = R_5 = 4$  Ом.

*Решение.*

В цепи три узла, пять ветвей, следовательно, для определения токов в ветвях необходимо составить систему из пяти уравнений для неизвестных токов и решить ее.

Как указано в п. 1.2, число уравнений в системе, записанных по первому закону Кирхгофа, должно быть равно двум, а остальные три уравнения записывают по второму закону Кирхгофа для независимых контуров.

Для узлов 1 и 2 и независимых контуров I, II и III при указанных условных положительных направлениях ЭДС, токов и напряжений, а также при заданных направлениях обхода контуров система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \text{для узла 1} \quad & I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ \text{для узла 2} \quad & I_3 - I_4 - I_5 = 0, \\ \text{для контура I} \quad & R_{01}I_1 - R_{02}I_2 = E_1 - E_2, \quad (\text{п. 1.3}) \\ \text{для контура II} \quad & R_{02}I_2 + R_3I_3 + R_4I_4 = E_2, \\ \text{для контура III} \quad & -R_4I_4 + R_5I_5 = 0. \end{aligned}$$

Решая систему уравнений относительно токов в ветвях, получаем

$$\begin{aligned} I_1 &= -7,93 \text{ А}; \quad I_2 = 11,03 \text{ А}; \\ I_3 &= 3,1 \text{ А}; \quad I_4 = I_5 = 1,55 \text{ А}. \end{aligned}$$



В результате расчета обнаружено, что ток  $I_1$  имеет отрицательное значение, что свидетельствует о том, что действительное направление тока в этой ветви противоположно условно принятому.

Напряжения на элементах электрической цепи согласно закону Ома

$$U_2 = R_2 I_2 = 2 \cdot 3,1 = 6,2 \text{ В};$$

$$U_4 = R_4 I_4 = 4 \cdot 1,55 = 6,2 \text{ В};$$

$$U_5 = R_5 I_5 = 4 \cdot 1,55 = 6,2 \text{ В}.$$

Напряжение между узлами 1 и 3 находим, пользуясь вторым законом Кирхгофа. При обходе контура в направлении по часовой стрелке имеем

$$E_2 = U_{02} + U_{13}; \quad U_{13} = E_2 - U_{02} = E_2 - R_{02} I_2 = 13,5 - 0,1 \cdot 11 = 12,4 \text{ В}.$$

Из электрической схемы следует, что напряжение на зажимах источников ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  одинаково и равно  $U_{13}$ , так как по отношению к узлам 1 и 3 они включены параллельно.

Мощность источника ЭДС  $E_2$

$$P_2 = E_2 I_2 = 13,5 \cdot 11 = 148,5 \text{ Вт}.$$

Мощность приемника

$$P_3 = R_3 I_3^2 = U_3 I_3 = 6,2 \cdot 3,1 = 19,2 \text{ Вт}.$$

В источнике ЭДС  $E_1$  ток и ЭДС направлены встречно. Это означает, что он при указанных в условии задачи параметрах цепи потребляет электрическую энергию. Такая ситуация является тривиальной в автомобильном транспорте, где источник ЭДС  $E_1$  — аккумулятор, а источник ЭДС  $E_2$  — генератор. При движении автомобиля  $E_2 > E_1$  и происходит подзарядка аккумулятора.

Уравнение баланса мощностей в данном случае в соответствии с (1.5) имеет вид

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_{01} I_1^2 + R_{02} I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2$$

Поскольку источник ЭДС  $E_1$  работает в режиме потребления электрической энергии, т. е. является электроприемником, то уравнение баланса мощностей можно записать таким образом

$$E_2 I_2 = E_1 I_1 + R_{01} I_1^2 + R_{02} I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2$$

Подставив в последнее значение всех параметров, убеждаемся, что мощность источника электроэнергии и сумма мощностей всех электроприемников одинаковы

$$13,5 \cdot 11 = 12 \cdot 7,9 + 0,05 \cdot 7,9^2 + 0,1 \cdot 11^2 + \\ + 2 \cdot 3,1^2 + 4 \cdot 1,55^2, \text{ т. е.} \\ 148,5 \text{ Вт} = 148,5 \text{ Вт},$$

что соответствует закону сохранения энергии и подтверждает правильность расчета

**1.4.3.** Пользуясь методом контурных токов, определить токи в ветвях электрической цепи (см. рис. 1.2) при значениях параметров всех элементов цепи, указанных в примере 1.4.2.

*Решение.*

В электрической схеме три независимых контура. Пусть это будут контуры *I*, *II* и *III*. Направления контурных токов в них зададим такими, как указано на рис. 1.2.

Система уравнений для контурных токов в данном случае имеет такой же вид, как и система уравнений (1.6). Сопротивления и контурные ЭДС имеют следующие значения:

$$R_{11} = R_{01} + R_{02} = 0,15 \text{ Ом}, R_{22} = \\ = R_{02} + R_3 + R_4 = 6,1 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_4 + R_5 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_{02} = -0,1 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_{31} = 0; R_{23} = R_{32} = -R_4 = -4 \text{ Ом};$$

$$E_{11} = E_1 - E_2 = -1,5 \text{ В};$$

$$E_{22} = E_2 = 13,5 \text{ В}; E_{33} = 0.$$

Решая систему уравнений при конкретных значениях сопротивлений и контурных ЭДС, получаем  $I_{11} = -7,93 \text{ А}; I_{22} = 3,1 \text{ А}; I_{33} = 1,55 \text{ А}.$

Токи в ветвях находим из соотношений

$$I_1 = I_{11} = -7,93 \text{ А}; I_2 = I_{22} - I_{11} = 11,03 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{22} = 3,1 \text{ А}; I_4 = I_{22} - I_{33} = 1,55 \text{ А};$$

$$I_5 = I_{33} = 1,55 \text{ А}.$$

Как уже отмечалось ранее, знак «минус» у токов  $I_1$  и  $I_4$  означает, что токи в этих ветвях направлены противоположно условно принятым.

1.4.4. Определить токи в ветвях электрической цепи (см. рис. 1.2), пользуясь методом узловых потенциалов. Значения параметров всех элементов цепи указаны в примере 1.4.2.

*Решение.*

В электрической схеме три узла, следовательно, нужно составить систему из двух уравнений относительно узловых потенциалов. Приняв потенциал узла 3 равным нулю, система уравнений будет иметь такой же вид, как и система (1.10).

Значения проводимостей и расчетных токов в данном случае

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= \frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{0,05} + \frac{1}{0,1} + \frac{1}{2} = 30,5 \text{ См}, \\ G_{22} &= \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = 1 \text{ См}, \\ G_{12} &= G_{21} = -\frac{1}{R_3} = -0,5 \text{ См}, \\ I_{y1} &= \frac{E_1}{R_{01}} + \frac{E_2}{R_{02}} = \frac{12}{0,05} + \frac{13,5}{0,1} = 375 \text{ А}, I_{y2} = 0. \end{aligned} \right\}$$

Решая систему уравнений (1.10) с приведенными значениями проводимостей и расчетных токов, находим потенциалы узлов:  $\varphi_1 = 12,397 \text{ В}$ ,  $\varphi_2 = 6,198 \text{ В}$ .

Токи в ветвях в соответствии с (1.8)

$$I_1 = \frac{E_1 + (\varphi_3 - \varphi_1)}{R_{01}} = \frac{12 + (0 - 12,397)}{0,05} = -7,93 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{E_2 + (\varphi_3 - \varphi_1)}{R_{02}} = \frac{13,5 - 12,397}{0,1} = 11,03 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3} = \frac{12,397 - 6,198}{2} = 3,1 \text{ А},$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_4} = \frac{6,198}{4} = 1,55 \text{ А}, I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5} = \frac{6,198}{4} = 1,55 \text{ А}.$$

При расчете токов в третьей, четвертой и пятой ветвях ЭДС приняты равными нулю, так как в этих ветвях нет источников ЭДС. Физический смысл знака «минус» у тока  $I_1$  уже обсуждался.

1.4.5. Пользуясь методом эквивалентного генератора, рассчитать и построить зависимости тока в ветви с резистором  $R_3$  и напряжения  $U_{12}$  между узлами 1 и 2 в электрической цепи (см. рис. 1.4) при изменении сопротивления  $R_3$  от нуля до 12 Ом. Значения ЭДС и сопротивления резисторов указаны в примере 1.4.2.

*Решение.*

В данном случае внутреннее сопротивление эквивалентного генератора проще рассчитать, не определяя тока короткого замыкания. При разомкнутых зажимах 1 и 2 и закороченных источниках ЭДС схема (см. рис. 1.4, а) примет вид, показанный на рисунке 1.4, в.

Электрическая проводимость двух параллельных ветвей, подключенных к узлам 1 и 3, равна  $\frac{1}{R_{13}} = \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_{02}} = \frac{R_{01} + R_{02}}{R_{01} \cdot R_{02}}$ , эквивалентное сопротивление этих ветвей  $R_{13} = \frac{R_{01} R_{02}}{R_{01} + R_{02}} = \frac{0,05 \cdot 0,1}{0,05 + 0,1} = 0,033$  Ом. Аналогично находим эквивалентное сопротивление параллельных ветвей, подключенных к узлам 2 и 3:  $R_{23} = 2$  Ом.

По отношению к узлам 1 и 2 резисторы  $R_{13}$  и  $R_{23}$  включены последовательно, следовательно, внутреннее сопротивление эквивалентного генератора  $R_r = 2,033$  Ом.

Для определения ЭДС эквивалентного генератора необходимо рассчитать потенциалы узлов 1 и 2. В данном случае проще всего их можно определить, пользуясь методом узловых потенциалов. Так, если принять потенциал узла 3 равным нулю ( $\varphi_3 = 0$ ), то при разомкнутых зажимах токи в ветвях с резисторами  $R_4$  и  $R_5$  равны нулю, следовательно, потенциал узла 2 также равен нулю.

Потенциал  $\varphi_1$  узла 1 находим согласно уравнению (1.11)

$$\varphi = \frac{I_{\mu 1}}{G_{11}} = \frac{375}{30} = 12,5 \text{ В,}$$

где  $G_{11} = \frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} = \frac{1}{0,05} + \frac{1}{0,1} = 30$  См,

$$I_{\mu 1} = \frac{E_1}{R_{01}} + \frac{E_2}{R_{02}} = \frac{12}{0,05} + \frac{13,5}{0,1} = 375 \text{ А.}$$

Таким образом, ЭДС эквивалентного генератора равна

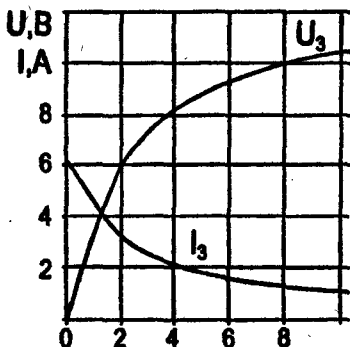


Рис. 1.6

$$E_r = U_0 = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1 = 12,5 \text{ В.}$$

Ток  $I_3$  в ветви с резистором  $R_3$  и напряжение между узлами 1 и 2 находим по очевидным соотношениям (см. рис. 1.4, б)

$$I_3 = E_r / (R_3 + R_r) \text{ и } U_{12} = U_3 = R_3 I_3.$$

Искомые зависимости представлены на рис. 1.6. Определение этих зависимостей другими методами потребовало бы существенно больших затрат времени.

### 1.5. Задачи

1.5.1. На рис. 1.7 показана схема электрической цепи с резисторами, сопротивления которых  $R_1 = 18 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ . Определить токи в ветвях, если напряжение  $U = 120 \text{ В}$ .

Ответ:  $I_1 = 4 \text{ А}$ ;  $I_2 = 1,6 \text{ А}$ ;  $I_3 = 2,4 \text{ А}$ .

1.5.2. Определить ток, напряжение и мощность цепи (см. рис. 1.7), если заданы сопротивления резисторов  $R_1 = 12 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$  и ток  $I_2 = 2 \text{ А}$ .

Ответ:  $I_1 = 5 \text{ А}$ ;  $I_3 = 3 \text{ А}$ ;  $U = 120 \text{ В}$ ;  $P = 600 \text{ Вт}$ .

1.5.3. Найти токи в цепи (рис. 1.8), если  $R_1 = R_2 = 0,5 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = R_4 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 3 \text{ Ом}$ , а напряжение  $U = 120 \text{ В}$ .

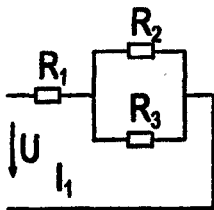


Рис. 1.7

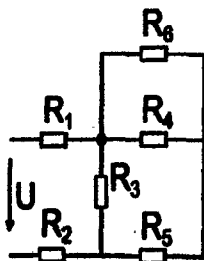


Рис. 1.8

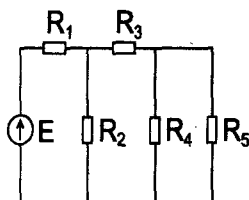


Рис. 1.9

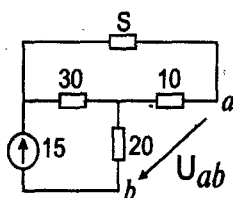


Рис. 1.10

Отв ет:  $I_1 = 40$  А;  $I_3 = 13,33$  А;  $I_4 = 8,9$  А;  $I_5 = 26,7$  А;  $I_6 = 17,8$  А.

1.5.4. Определить токи в цепи (рис. 1.9), если  $E = 10$  В;  $R_1 = 7,6$  Ом;  $R_2 = 7$  Ом;  $R_3 = 1,9$  Ом;  $R_4 = 7$  Ом;  $R_5 = 3$  Ом.

Отв ет:  $I_1 = 1$  А;  $I_2 = 0,36$  А;  $I_3 = 0,63$  А;  $I_4 = 0,19$  А;  $I_5 = 0,44$  А.

1.5.5. В схеме цепи (рис. 1.10) определить напряжение  $U_{ab}$ . Значения ЭДС источников (Вольт) и сопротивлений (Ом) указаны на схеме.

Отв ет: 40 В.

1.5.6. Определить токи в ветвях цепи (рис. 1.11), если  $E_1 = E_2 = 30$  В и  $R_1 = R_2 = 1$  Ом;  $R_3 = 4$  Ом;  $R_4 = 2$  Ом;  $R_5 = 3$  Ом.

Отв ет:  $I_1 = 14$  А;  $I_2 = 16,67$  А;  $I_3 = 4$  А;  $I_4 = 6,67$  А;  $I_5 = 10$  А.

1.5.7. На рис. 1.12 приведена схема соединения аккумуляторной батареи и генератора постоянного тока, включенных параллельно приемнику с сопротивлением  $R$ . Найти токи  $I_1$  и  $I_2$  при  $R = 1$  Ом, если  $E_1 = 120$  В;  $E_2 = 130$  В и  $R_1 = R_2 = 0,5$  Ом. Рассчитать и построить зависимости тока  $I(R)$  от сопротивления и напряжения  $U(I)$  от тока.

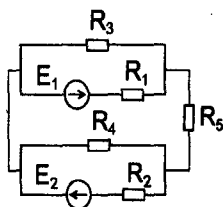


Рис. 1.11

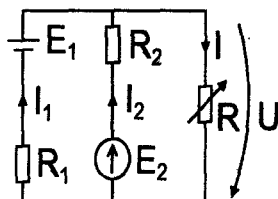


Рис. 1.12

Ответ:  $I_1 = 40$  А;  $I_2 = 60$  А.

1.5.8. В условиях задачи 1.5.7 определить значения ЭДС  $E_1$  аккумулятора, если при сопротивлении приемника  $R = 9,5$  Ом ток  $I_1 = 0$ . ЭДС  $E_2$  и внутреннее сопротивление обоих источников остаются неизменными.

Ответ:  $E_1 = 123,5$  В.

1.5.9. Определить ток в диагонали  $ab$  неуравновешенного моста (рис. 1.13). Исходные данные для различных вариантов приведены в таблице.

№ п/п	$E$ , В	$R_0$ , Ом	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$R_5$ , Ом
1	6	0	1000	1000	4000	2000	2170
2	120	0	20	40	30	10	50
3	120	12	1	1	2	3	1,25
4	30	0	10	20	20	10	1,7

Ответ: 1) 0,25 мА; 2) 0,71 А; 3) 1,69 А; 4) 0,66 А.

1.5.10. Определить токи в цепи (рис. 1.14). ЭДС источников равны:  $E_1 = 32$  В;  $E_5 = 120$  В;  $E_2 = 10$  В. Внутреннее сопротивление источника  $E_1$  составляет  $R_0 = 2$  Ом, а внутренними сопротивлениями других источников пренебречь. Сопротивления резисторов:  $R_1 = 10$  Ом;  $R_2 = 4$  Ом;  $R_3 = 6$  Ом;  $R_4 = 5$  Ом;  $R_5 = 8$  Ом.

Ответ:  $I = 1$  А;  $I_1 = 3$  А,  $I_2 = I_3 = 2$  А;  $I_4 = 8$  А,  $I_5 = 10$  А.

1.5.11. Решить задачу 1.5.10 при  $E_3 = 0$ .

Ответ:  $I = 1,6$  А;  $I_1 = 2,88$  А;  $I_2 = 1,28$  А;  $I_3 = 1,28$  А;  $I_4 = 8,47$  А;  $I_5 = 9,75$  А.

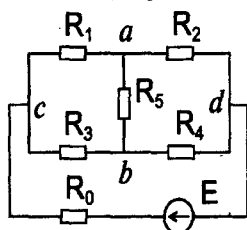


Рис. 1.13

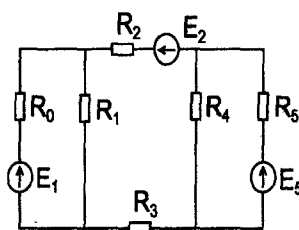


Рис. 1.14

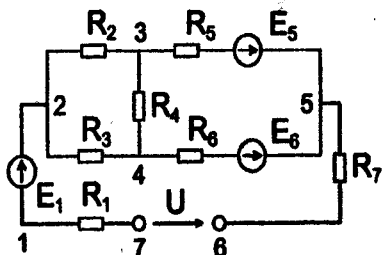


Рис. 1.15

1.5.12. В электрической цепи (рис. 1.15) ЭДС источников  $E_1 = 50$  В;  $E_5 = 45$  В;  $E_6 = 20$  В. Сопротивления резисторов  $R_1 = 10$  Ом;  $R_2 = 30$  Ом;  $R_3 = 50$  Ом;  $R_4 = 20$  Ом;  $R_5 = 10$  Ом;  $R_6 = 20$  Ом;  $R_7 = 10$  Ом. Напряжение  $U = 80$  В. Внутренние сопротивления источников  $R_0 = 0$ . Определить токи в ветвях и напряжение  $U_{14}$  между узлами 1 и 4 цепи. Составить уравнение баланса мощности для всей цепи.

О т в е т:  $I_1 = 4$  А;  $I_2 = 3$  А;  $I_3 = 1$  А;  $I_4 = 2$  А;  $I_5 = 5$  А;  $I_6 = 1$  А;  $U_{14} = 45$  В.

1.5.13. Два источника с ЭДС  $E_1 = E_2 = 115$  В и внутренними сопротивлениями  $R_{01} = 0,2$  Ом и  $R_{02} = 0,4$  Ом включены параллельно резистору с сопротивлением  $R = 5$  Ом (рис. 1.16). Определить токи в ветвях цепи и проверить баланс мощностей.

О т в е т:  $I = 22,4$  А;  $I_1 = 15$  А;  $I_2 = 7,4$  А.

1.5.14. Два источника ЭДС с  $E_1 = 20$  В и  $E_2 = 22$  В включены параллельно приемнику электрической энергии с сопротивлением  $R = 0,1$  Ом (см. рис. 1.16). Внутренние сопротивления источников  $R_{01} = R_{02} = 0,01$  Ом. Определить токи в ветвях и напряжение  $U_{12}$  на зажимах генераторов.

О т в е т:  $I = 200$  А;  $I_1 = 0$ ;  $I_2 = 200$  А;  $U_{12} = 20$  В.

1.5.15. В электрической цепи (рис. 1.17) определить, при каком значении ЭДС  $E_2$  ток  $I_3$  в ветви с резистором  $R_3$  уменьшится в три раза по сравнению с его первоначальным значением. ЭДС источников  $E_1 = 100$  В;  $E_2 = 120$  В;  $E_3 = 150$  В; сопротивления резисторов  $R_1 =$



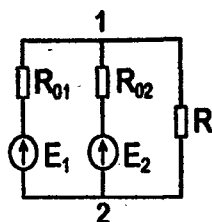


Рис. 1.16

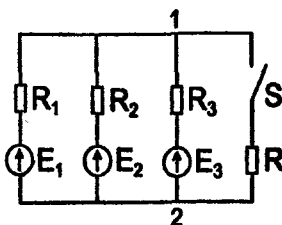


Рис. 1.17

$= 20 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 0$ ;  $R_3 = 100 \text{ Ом}$ ;  $R = 60 \text{ Ом}$ . Выключатель  $S$  включен. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

*Ответ:*  $E_3 = 130 \text{ В}$ .

1.5.16. Определить токи в ветвях электрической цепи (см. рис. 1.17). ЭДС  $E_1 = 60 \text{ В}$ ;  $E_2 = 65 \text{ В}$ ;  $E_3 = 50 \text{ В}$ . Сопротивления резисторов  $R_1 = R_3 = 0,5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников пренебречь. Выключатель  $S$  выключен.

*Ответ:*  $I_1 = 0$ ;  $I_2 = 10 \text{ А}$ ;  $I_3 = 10 \text{ А}$ .

1.5.17. Определить показание вольтметра в электрической цепи (рис. 1.18), если переключатель  $S$  находится в положении 1, а сопротивление резистора  $R = 36 \text{ Ом}$ . В зависимости от положения переключателя  $S$  показания вольтметра и амперметра имеют следующие значения: а) положение 1:  $U = ?$ ,  $I = 0$ ; б) положение 2:  $U = 0$ ;  $I = 18 \text{ А}$ ; в) положение 3:  $U = 162 \text{ В}$ ;  $I = 4,5 \text{ А}$ .

*Ответ:*  $216 \text{ В}$ .

1.5.18. Методом эквивалентного генератора определить показания вольтметра в цепи с активным двухпо-

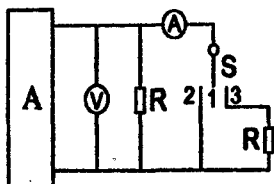


Рис. 1.18

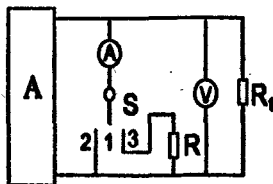


Рис. 1.19

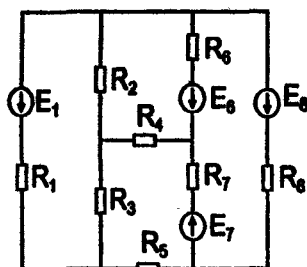


Рис. 1.20

люсником А (рис. 1.19), если переключатель  $S$  находится в положении 3. Показания вольтметра и амперметра в зависимости от положения переключателя  $S$  имеют следующие значения: а) положение 1:  $U = 500$  В,  $I = 0$ ; б) положение 2:  $U = 0$ ;  $I = 250$  А; в) положение 3:  $U = ?$ ;  $I = 100$  А.

**Ответ:** 300 В.

1.5.19. Методом эквивалентного генератора определить ток  $I_5$  в диагонали моста (см. рис. 1.13) и падение напряжения  $U_5$  на резисторе  $R_5$ . ЭДС источника  $E = 15$  В, сопротивления резисторов  $R_0 = 0$ ;  $R_1 = 30$  Ом;  $R_2 = R_4 = 270$  Ом;  $R_3 = 40$  Ом;  $R_5 = 54$  Ом.

**Ответ:**  $I_5 = 3,46$  мА;  $U_5 = 187$  мВ.

### 1.6. Контрольные задания

Для электрической схемы (рис. 1.20) определить наиболее рациональным методом токи в ветвях, напряжение на каждом элементе, мощность элементов и приемника в целом, режимы работы источников, их мощность, ток в одной из ветвей, пользуясь методом эквивалентного генератора. Параметры элементов схемы указаны в таблице 1.2.

Таблица 1.2

## Исходные данные к расчетным заданиям

№ п/п	ЭДС источников, В				Сопротивления резисторов, Ом							
	$E_1$	$E_6$	$E_7$	$E_8$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$	$R_7$	$R_8$
1	0	30	20	0	1,2	1,8	2,0	0	0	1,0	1,6	$\infty$
2	0	35	15	0	1,6	1,8	1,2	0	0	1,6	2,0	$\infty$
3	0	25	35	0	1,2	1,6	1,0	0	0	1,8	2,1	$\infty$
4	0	20	25	0	1,0	2,0	1,6	0	0	1,8	2,2	$\infty$
5	0	25	30	0	1,8	2,0	1,0	0	0	1,6	2,3	$\infty$
6	0	40	20	0	1,2	1,0	1,6	0	0	1,8	2,4	$\infty$
7	0	50	20	0	1,6	1,8	1,2	0	0	1,0	2,5	$\infty$
8	0	20	30	0	1,0	1,8	1,6	$\infty$	0	1,2	2,6	$\infty$
9	25	0	0	20	1,0	0	2,0	$\infty$	1,2	0	1,6	1,8
10	40	0	0	20	2,0	0	1,2	$\infty$	1,0	0	1,8	1,6
11	35	0	0	20	1,6	0	2,0	$\infty$	1,2	0	1,0	1,8
12	30	0	0	15	1,2	0	1,6	$\infty$	2,0	0	1,0	1,8
13	20	0	0	30	1,0	0	2,0	$\infty$	1,8	0	1,6	1,2
14	25	0	0	15	1,8	0	2,0	$\infty$	1,2	0	1,0	1,6
15	30	0	0	20	2,0	0	1,8	$\infty$	1,0	0	1,2	1,6
16	35	0	0	15	1,8	0	2,0	$\infty$	1,0	0	1,6	1,2
17	20	0	0	25	1,0	$\infty$	0	2,0	1,2	0	2,0	1,8
18	20	0	0	40	2,0	$\infty$	0	1,2	1,6	0	1,0	1,6
19	20	0	0	35	1,6	$\infty$	0	1,0	1,2	0	1,6	1,8
20	15	0	0	20	1,2	$\infty$	0	1,6	1,0	0	1,0	1,8
21	30	0	0	25	1,0	$\infty$	0	1,0	1,8	0	1,6	1,2
22	15	0	0	30	1,8	$\infty$	0	1,6	1,2	0	1,2	1,6
23	20	0	0	35	2,0	$\infty$	0	1,2	1,6	0	1,6	1,6
24	15	0	0	20	1,8	$\infty$	0	1,6	1,0	0	1,6	1,2
25	25	0	30	20	1,2	$\infty$	0	$\infty$	1,0	1,2	0	1,2
26	40	0	35	15	1,0	$\infty$	0	$\infty$	1,0	2,0	0	1,6
27	35	0	25	30	1,8	$\infty$	0	$\infty$	1,2	1,8	0	1,6
28	30	0	40	15	2,0	$\infty$	0	$\infty$	1,8	1,2	0	1,2
29	20	0	50	20	1,8	$\infty$	0	$\infty$	2,0	1,0	0	1,8
30	25	0	20	15	1,0	$\infty$	0	$\infty$	1,2	1,6	0	1,8

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

### 2.1. Основные понятия и определения

*Электрическая цепь синусоидального тока* — электрическая цепь, в которой действуют ЭДС, напряжения и токи, изменяющиеся во времени по синусоидальному закону, например,

$$\left. \begin{aligned} u &= U_m \sin (\omega t + \psi_u), \\ i &= I_m \sin (\omega t + \psi_i), \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

а их временные диаграммы имеют вид, показанный на рис. 2.1. Синусоидальные токи, напряжения и ЭДС — величины *периодические*.

*Основные параметры* синусоидальных токов, напряжений и ЭДС приведены ниже.

*Мгновенные значения*  $u$ ,  $i$ ,  $e$  — значения синусоидальных величин в рассматриваемый момент времени  $t$ , например для  $t = t_1$ , ток  $i_1 = I_m \sin (\omega t_1 + \psi_i)$ .

*Период*  $T$ , с — промежуток времени, по истечении которого синусоидальный ток (напряжение, ЭДС) принимает одно и то же мгновенное значение

$$i_1 = I_m \sin (\omega t_1 + \psi_i) = I_m \sin (\omega (t_1 + nT) + \psi_i),$$

где  $n$  — целое число.

*Частота*  $f$ , Гц — число полных изменений периодической величины в течение одной секунды

$$(2.2)$$

$$f = \frac{1}{T}.$$

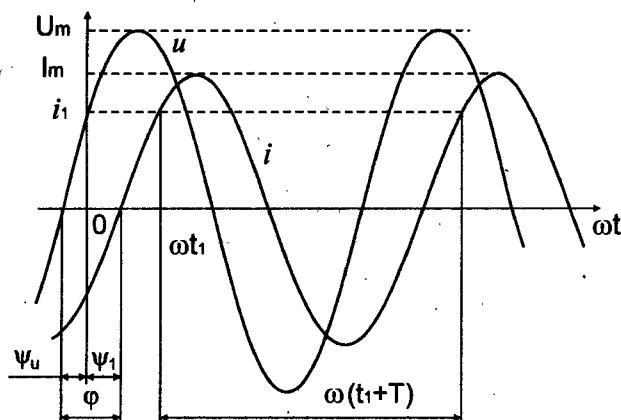


Рис. 2.1

**Амплитуда** ( $I_m$ ,  $U_m$ ,  $E_m$ ) — наибольшее значение синусоидальной величины.

**Фаза** (фазовый угол), рад, — аргумент синусоидальной величины, например, для тока

$$\alpha = (\omega t + \psi_i). \quad (2.3)$$

**Начальная фаза**  $\psi$ , рад — значение фазы в момент времени  $t = 0$ .

Начальная фаза считается положительной, если в момент времени  $t = 0$  мгновенное значение синусоидальной величины положительно, и, наоборот, отрицательной, если в тот же момент времени мгновенное значение синусоидальной величины отрицательно. На временных диаграммах положительную начальную фазу откладывают влево, а отрицательную — вправо от начала координат. На приведенных временных диаграммах тока и напряжения (см. рис. 2.1)  $\psi_u > 0$ , а  $\psi_i < 0$ .

**Угловая частота**  $\omega$ , рад/с — скорость изменения фазы (фазового угла)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \quad (2.4)$$

**Сдвиг фаз** — разность фаз двух синусоидальных величин. Сдвиг фаз между напряжением и током обозначают буквой  $\varphi$ . В соответствии с определением

$$\varphi = (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i) = \psi_u - \psi_i. \quad (2.5)$$

Возможны следующие варианты: а)  $\varphi = 0$  — в этом случае ток и напряжение совпадают по фазе; б)  $\varphi = \pm\pi$  — ток и напряжение находятся в противофазе; в)  $\varphi > 0$  — ток отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi$  (ток достигает амплитудного значения позднее напряжения); г)  $\varphi < 0$  — ток опережает по фазе напряжение на угол  $\varphi$ .

**Действующие значения** периодических переменных тока, напряжения и ЭДС — это среднеквадратичные значения этих величин за время, равное одному периоду:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}, \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt},$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2(t) dt}. \quad (2.6)$$

Для синусоидальных токов, напряжений и ЭДС справедливы соотношения:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.7)$$

Действующие значения тока, напряжения и ЭДС не зависят от времени и являются эквивалентными некоторым постоянным току  $I$ , напряжению  $U$  и ЭДС  $E$ , которые производят в электрической цепи такое же действие, что и переменные ток  $i$ , напряжение  $u$  и ЭДС  $e$  за одинаковый промежуток времени.

**Средние значения** периодических тока, напряжения и ЭДС

$$I_{\text{cp}} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i(t) dt; \quad U_{\text{cp}} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} u(t) dt;$$

$$E_{\text{cp}} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} e(t) dt. \quad (2.8)$$

Для синусоидальных токов, напряжений и ЭДС в соответствии с уравнениями (2.8)

$$I_{\text{cp}} = \frac{2}{\pi} I_m; \quad U_{\text{cp}} = \frac{2}{\pi} U_m; \quad E_{\text{cp}} = \frac{2}{\pi} E_m. \quad (2.9)$$

*Коэффициент формы кривой* — это отношение действующего значения переменной величины к ее среднему значению. Для синусоидальных токов, напряжений и ЭДС в соответствии с уравнениями (2.7) и (2.9) коэффициент формы

$$k_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11. \quad (2.10)$$

## 2.2. Основы комплексного метода расчета электрических цепей

Синусоидальные функции (ток, напряжение, ЭДС) очень просты, но их графическое изображение и операции с ними трудоемки и недостаточно точны. Существенного упрощения можно достичь, если изобразить синусоидальные функции времени комплексными числами (КЧ).

Из курса математики известно, что любое комплексное число  $A$  можно представить:

а) в алгебраической форме

$$A = A' + jA''; \quad (2.11)$$

б) в тригонометрической форме

$$A = A \cos \alpha + j A \sin \alpha; \quad (2.12)$$

в) в показательной форме

$$\underline{A} = A e^{j\alpha}, \quad (2.13)$$

где

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha \quad (2.14)$$

называют формулой Эйлера;

г) вектором на комплексной плоскости (рис. 2.2), где  $j = \sqrt{-1}$  — мнимая единица,  $A' = A \cos \alpha$  — реальная часть комплексного числа  $\underline{A}$  (проекция вектора на ось вещественных);  $A'' = A \sin \alpha$  — мнимая часть комплексного числа  $\underline{A}$  (проекция вектора на ось мнимых);  $A = |\underline{A}| = \sqrt{A'^2 + A''^2}$  — модуль комплексного числа;

$\alpha = \arg(\underline{A})$  — главное значение аргумента комплексного числа, причем

$$\alpha = \begin{cases} \arctg \frac{A''}{A'}, & A' > 0, \\ \arctg \frac{A''}{A'} \pm \pi, & A' < 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

Угол  $\alpha$  отсчитывают от положительного направления оси вещественных (ось  $+1$ ). Положительный угол отсчитывают в направлении, противоположном движению часовой стрелки, отрицательный — в направлении движения часовой стрелки.

Умножение любого комплексного числа на  $e^{j\alpha}$  приводит к изменению его аргумента на угол  $\alpha$  и повороту вектора, соответствующего этому числу, на тот же угол в положительном или отрицательном направлении относительно положительного направления оси вещественных.

Поскольку  $e^{j\frac{\pi}{2}} = \pm j$ , то умножение комплексного числа  $\underline{A}$  на  $j$  приводит к увеличению его аргумен-

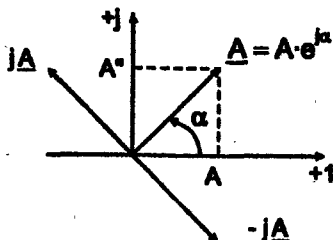


Рис. 2.2

та на  $+\frac{\pi}{2}$  и повороту вектора, изображающего комплексное число  $\underline{A}$ , на угол  $+\frac{\pi}{2}$  в положительном направлении, а



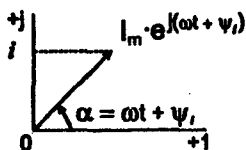


Рис. 2.3

умножение на  $(-j)$  — к уменьшению аргумента на  $\frac{\pi}{2}$  и повороту вектора на тот же угол в отрицательном направлении (см. рис. 2.2).

Два комплексных числа, имеющие равные модули и равные, но противоположные по знаку аргументы, называют *сопряженными*.

Для комплексного числа  $A = A' + jA'' = Ae^{j\alpha}$  сопряженным является комплексное число  $A^* = A' - jA'' = Ae^{-j\alpha}$ , причем  $AA^* = A^2$ .

Рассмотрим синусоидальный ток, изменяющийся в соответствии с уравнением (2.1), и комплексное число

$$I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\psi} e^{j\omega t} = \underline{I_m} e^{j\omega t}, \quad (2.16)$$

модуль и аргумент которого соответственно равны амплитуде и фазе синусоидального тока.

С одной стороны, данное комплексное число представляет аналитическую запись вектора с модулем  $I_m$ , вращающегося в комплексной плоскости с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , равной угловой частоте синусоидального тока, в направлении, противоположном движению часовой стрелки (рис. 2.3).

С другой стороны, данное комплексное число, согласно формуле Эйлера, можно представить в тригонометрической форме

$$I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi). \quad (2.17)$$

Сравнивая последнее с уравнением (2.1) для синусоидального тока, видно, что

$$i = \text{Im}(I_m e^{j(\omega t + \psi)}) = \text{Im}(\underline{I_m} e^{j\omega t}), \quad (2.18)$$

т. е. синусоидальный ток равен проекции на ось мнимых вращающегося вектора  $\underline{I_m} e^{j\omega t}$ , являющегося изображением рассматриваемого комплексного числа.

Таким образом, синусоидальному току  $i$  (оригиналу) может быть поставлено в соответствие комплексное число

(изображение), отвечающее уравнению (2.16). Условная запись такого преобразования имеет вид

$$i \rightarrow \underline{I}_m e^{j\omega t}. \quad (2.19)$$

Комплексное число

$$\underline{I}_m = I_m e^{j\psi} = I_m \cos\psi + jI_m \sin\psi = \Gamma_m + j\Gamma'_m, \quad (2.20)$$

модуль и аргумент которого соответственно равны амплитуде и начальной фазе синусоидального тока, называют *комплексной амплитудой тока*.

*Комплексным действующим током (комплексным током)* называют комплексное число

$$\underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\psi} = I \cos\psi + jI \sin\psi = \Gamma + j\Gamma'. \quad (2.21)$$

Аналогичные преобразования могут быть выполнены для синусоидальных напряжений и ЭДС

$$u \rightarrow \underline{U}_m e^{j\omega t}, \quad e \rightarrow \underline{E}_m e^{j\omega t}. \quad (2.22)$$

Комплексные амплитуды и комплексные действующие напряжения и ЭДС при этом соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_m &= U_m e^{j\psi_u}, & \underline{U} &= U e^{j\psi_u}, \\ \underline{E}_m &= E_m e^{j\psi_e}, & \underline{E} &= E e^{j\psi_e}. \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Комплексные амплитуды тока, напряжения и ЭДС и комплексные действующие токи, напряжения и ЭДС можно изобразить векторами на комплексной плоскости. Совокупность векторов на комплексной плоскости, изображающих синусоидально изменяющиеся функции времени одной и той же частоты и построенных с соблюдением правильной ориентации их относительно друг друга по фазе называют *векторной диаграммой*. На векторных диаграммах изображают векторы комплексных токов, напряжений и ЭДС или комплексные амплитуды этих величин для момента времени  $t = 0$ .

Режим работы электрической цепи переменного тока, как правило, описывается системой дифференциальных уравнений для мгновенных значений синусоидальных токов, напряжений и ЭДС, членами которых могут быть производные любого порядка и интегралы от синусои-

дальных функций времени. Поскольку производные любого порядка и интегралы от синусоидальных функций также являются синусоидальными функциями, то им, как и синусоидальным токам, напряжениям и ЭДС, можно поставить в соответствие комплексные числа, являющиеся изображениями этих величин. Так, для синусоидального тока

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &\rightarrow j\omega I_m e^{j\omega t}, \quad \frac{d^2 i}{dt^2} \rightarrow (j\omega)^2 I_m e^{j\omega t}, \\ \int i dt &\rightarrow \frac{1}{j\omega} I_m e^{j\omega t},\end{aligned}\quad (2.24)$$

где  $n$  — порядок производной.

Аналогичные преобразования могут быть выполнены и для синусоидальных напряжений и ЭДС.

Комплексный метод основан на использовании преобразований (2.19)...(2.24). Сущность его заключается в том, что, используя указанные преобразования, можно от системы дифференциальных уравнений для действительных функций времени перейти к системе алгебраических уравнений с комплексными токами, напряжениями и ЭДС. Переход от дифференциальных уравнений к комплексным осуществляют заменой в них мгновенных значений тока  $i$ , напряжения  $u$  и ЭДС  $e$  комплексными числами в соответствии с (2.19) и (2.22), а производных и интегралов от них — комплексными числами, аналогичными для производных и интеграла от синусоидального тока по (2.24).

### 2.3. Идеальные пассивные элементы схем замещения

Для упрощения исследований процессов в реальной электрической цепи переменного тока, ее заменяют схемой замещения, составленной из элементов, каждый из которых учитывает одно из явлений, происходящих в реальной электрической цепи.

К идеальным пассивным элементам схем замещения электрических цепей переменного тока относят следующие.

**Резистивный элемент** с активным сопротивлением  $R$  — элемент, учитывающий необратимое преобразова-

ние электрической энергии в другие виды энергии (тепловую, лучистую и др.). Характеризуется активным сопротивлением  $R$ , Ом или активной проводимостью  $G = \frac{1}{R}$ , См (Сименс).

**Индуктивный элемент** (идеальная индуктивная катушка и др.) с индуктивностью  $L$  учитывает энергию  $w_m = 0,5Li^2$  магнитного поля и явление самоиндукции. Характеризуется реактивным индуктивным сопротивлением  $X_L = \omega L$ , Ом или реактивной индуктивной проводимостью  $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$ , См, где  $\omega$  — угловая частота.

**Емкостный элемент** (идеальный конденсатор и др.) с емкостью  $C$  — элемент электрической цепи, учитывающий энергию  $w_e = 0,5Cu^2$  электрического поля. Характеризуется реактивным емкостным сопротивлением  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , Ом или реактивной емкостной проводимостью  $B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$ , См.

Полная информация об этих элементах приведена в таблице 2.1.

## 2.4. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме.

**Закон Ома** в комплексной форме имеет вид:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \underline{U} \cdot \underline{Y}, \quad \underline{U} = \underline{Z} \underline{I} = \frac{\underline{I}}{\underline{Y}}, \quad (2.25)$$












где  $\underline{Z}$  и  $\underline{Y}$  — комплексные сопротивление и проводимость цепи, причем

$$\begin{aligned} \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\varphi}}{Ie^{j\psi}} &= Ze^{j\varphi} = Z \cos\varphi + jZ \sin\varphi = \\ &= R + jX, \end{aligned} \quad (2.26)$$



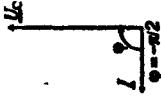
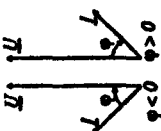
$$\begin{aligned} \underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{Ie^{j\psi}}{Ue^{j\varphi}} &= Ye^{-j\varphi} = Y \cos\varphi - jY \sin\varphi = \\ &= G - jB. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Таблица 2.1

Свойства элементов схем замещения электрических цепей переменного тока

Свойства элементов	Элементы схем замещения			Обобщенный
	Резистивный	Индуктивный	Емкостный	
Обозначение на схемах замещения	  	  	  	 
Уравнения связи	$u_R = R \cdot i$ $\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}$ $\underline{I} = G_R \cdot \underline{U}_R$	$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ $\underline{U}_L = jX_L \cdot \underline{I}$ $\underline{I} = -jB_L \cdot \underline{U}_L$	$u_C = \frac{1}{C} \int i dt$ $\underline{U}_C = -jX_C \cdot \underline{I}$ $\underline{I} = jB_C \cdot \underline{U}_C$	$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$ $\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$
Сопротивления: Комплексное Полное, Ом Активное, Ом Реактивное, Ом	$\underline{Z}_R = R$ $\underline{Z}_R = \underline{Z}_R = R$ $R$ $0$	$\underline{Z}_L = jX_L$ $\underline{Z}_L = j\omega L = X_L$ $0$ $X_L = \omega L$	$\underline{Z}_C = -jX_C$ $\underline{Z}_C = -j/\omega C = X_C$ $0$ $X_C = 1/\omega C$	$\underline{Z} = R + jX = Z e^{j\varphi}$ $\underline{Z} = \sqrt{R^2 + X^2}$ $R = Z \cos \varphi$ $X = Z \sin \varphi = X_L - X_C$ $\varphi = \arctg (X/R)$

Окончание таблицы 2.1

Свойства элементов	Элементы цепи замещения			
	Резистивный	Индуктивный	Емкостный	Обобщенный
Проводимость: Комплексная Полная, См Активная, См	$Y_R = G_R$ $Y =  Y_R  = G_R$ $G_R = 1/R$	$Y_L = -jB_L$ $Y =  Y_L  = B_L$ 0	$Y_C = jB_C$ $Y =  Y_C  = B_C$ 0	$Y = 1/Z = G - jB = Ye^{-j\varphi}$ $Y =  Y  = \sqrt{G^2 + B^2}$ $G = Y \cos \varphi$
Реактивная, См	0	$B_L = 1/X_L = 1/\omega L$	$B_C = 1/X_C = \omega C$	$B = Y \sin \varphi = B_L - B_C$ $\varphi = \arctg (B/G)$
Мощности: Комплексная Полная, В·А Активная, Вт Реактивная, В·Ар	$S = U_R I^* = U_R I$ $S =  S  = P$ $P = RI^2 = G_R U_R^2$ $Q = 0$	$S = U_L I^* = U_L I e^{j\pi/2}$ $S =  S  = Q_L$ $P = 0$ $Q_L = X_L I^2 = B_L U_L^2$	$S = U_C I^* = S e^{-j\pi/2}$ $S =  S  = Q_C$ $P = 0$ $Q_C = X_C I^2 = B_C U_C^2$	$S = U \cdot I^* = S e^{j\varphi} = P + jQ$ $S =  S  = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $P = Re(S) = UI \cos \varphi$ $Q = Im(S) = UI \sin \varphi = Q_L - Q_C$
Векторные диаграммы				

Из закона Ома следует очевидная связь

$$\underline{Z} \underline{Y} = 1, \quad (2.28)$$

поэтому, зная комплексное сопротивление, можно найти эквивалентную ему комплексную проводимость и обратно, а именно

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} &= \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}, \\ \underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} &= \frac{1}{G - jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j \frac{B}{G^2 + B^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

*Первый закон Кирхгофа*

$$\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0, \quad (2.30)$$

где  $n$  — количество ветвей в узле.

*Второй закон Кирхгофа*

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^m \underline{E}_k &= \sum_{k=1}^n \underline{U}_k = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k \underline{I}_k, \\ \sum_{k=1}^n \underline{U}_k &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

где  $\underline{E}_k$ ,  $\underline{U}_k$ ,  $\underline{I}_k$  и  $\underline{Z}_k$  — комплексные ЭДС, напряжение, ток и сопротивление в  $k$ -той ветви контура. Правила записи уравнений по законам Кирхгофа такие же, как и в цепях постоянного тока (см. раздел 1, п. 1.1).

## 2.5. Мощность однофазной цепи синусоидального тока

*Активная мощность:*

$$P = UI \cos \varphi = UI_a = U_a I = I^2 R = U^2 G. \quad (2.32)$$

Активная мощность характеризует интенсивность необратимого преобразования электрической энергии в другие виды энергии. Единицы измерения: ватт (Вт), киловатт (кВт), мегаватт (МВт) и др.

**Реактивная мощность:**

$$Q = UI \sin \varphi = UI_p = U_p I = I^2 X = U^2 B. \quad (2.33)$$

Характеризует интенсивность колебательного обмена энергией между источником и реактивными элементами приемника электрической энергии без ее преобразования. Единицы измерения: вольт-ампер реактивный (ВАр), киловольт-ампер реактивный (кВАр), мегавольт-ампер реактивный (МВАр) и т. д.

**Полная мощность**

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 Z = U^2 Y. \quad (2.34)$$

Полная мощность — это наибольшее значение активной мощности, которое может быть получено при заданных значениях напряжения и тока. Единицы измерения: вольт-ампер (В·А), киловольт-ампер (кВ·А) и др.

**Комплексная мощность**

$$\begin{aligned} \underline{S} &= Se^{j\varphi} = \underline{U} \underline{I}^* = UI e^{j\varphi} = \\ &= UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ, \end{aligned} \quad (2.35)$$

при этом  $P = \Re(S)$  и  $Q = \Im(S)$ .

**Коэффициент мощности:**

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{Q}{P}\right)^2}}. \quad (2.36)$$

В формулах (2.32)...(2.36)  $U$  и  $I$  — действующие значения напряжения и тока;  $\varphi$  — сдвиг фаз между напряжением и током;  $\underline{U} = Ue^{j\varphi}$  — комплексное напряжение;  $\underline{I} = Ie^{-j\varphi}$  — комплексный ток, сопряженный току  $\underline{I} = Ie^{j\varphi}$ ;  $U_a = U \cos \varphi$  и  $I_a = I \cos \varphi$  — активные составляющие напряжения и тока соответственно;  $U_p = U \sin \varphi$  и  $I_p = I \sin \varphi$  — реактивные составляющие тех же напряжения и тока.



## 2.6. Резонанс в электрических цепях синусоидального тока

**Резонанс** — явление в электрической цепи (или на ее участке), содержащей индуктивные и емкостные элементы (хотя бы по одному), возникающее в случае, когда реактивное сопротивление или реактивная проводимость этой цепи (или ее участка) равны нулю. При резонансе в цепи (или на ее участке) напряжение и ток совпадают по фазе, а реактивная мощность равна нулю.

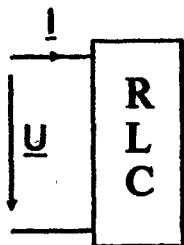


Рис. 2.4

Представим электрическую цепь в виде пассивного двухполюсника (рис. 2.4). Согласно закону Ома в комплексной форме (2.25) эквивалентное комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_0 = \frac{U}{I} = \frac{Ue^{j\varphi}}{Ie^{j\varphi}} = Z_0 e^{j\varphi} = R_0 + jX_0,$$

а эквивалентная проводимость

$$\underline{Y}_0 = \frac{I}{U} = \frac{Ie^{j\varphi}}{Ue^{j\varphi}} = Y_0 e^{-j\varphi} = G_0 - jB_0.$$

Согласно определению резонанс в цепи возникает при условии, если

$$X_0 = 0 \text{ или } B_0 = 0, \quad (2.37)$$

при этом  $Z_0 = R_0$  и  $Y_0 = G_0$  являются чисто активными, а сдвиг фаз

$$\varphi = \arctg \frac{X_0}{R_0} = \arctg \frac{B_0}{G_0} = 0.$$

Основными видами резонанса являются резонанс напряжений при последовательном и резонанс токов при параллельном соединении элементов с  $R$ ,  $L$  и  $C$ .

## 2.7. Методы расчета сложных электрических цепей синусоидального тока при установившихся процессах

Расчет сложных электрических цепей синусоидального тока производят теми же методами, что и расчет сложных электрических цепей постоянного тока (см. разд. 1, п. 1.2 и 1.3). Разница заключается лишь в том, что уравнения составляют для комплексных токов, напряжений и ЭДС, в которых сопротивления  $R$ , проводимости  $G$  и потенциалы  $\phi$  заменяют соответственно комплексными сопротивлениями  $Z$ , проводимостями  $Y$  и потенциалами узлов  $\phi$ .

## 2.8. Примеры

2.8.1. Найти действующее значение напряжения, временная диаграмма которого приведена на рис. 2.5.

*Решение.*

Напряжение является периодической функцией, и его аналитическое описание на периоде имеет вид

$$u(t) = \frac{1}{T} U_m t.$$

Согласно (2.6) действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{T^2} U_m^2 t^2 dt} = \frac{U_m}{\sqrt{3}}.$$

2.8.2. Ток изменяется по закону  $i = 8 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{18}\right)$ . Найти его комплексную амплитуду и комплексный действующий ток.

*Решение.*

Согласно уравнениям (2.20) и (2.21) для синусоидального тока с амплитудой  $I_m = 8$  А и начальной фазой  $\psi_i = \frac{\pi}{18}$  комплексная амплитуда тока и комплексный ток соответственно равны

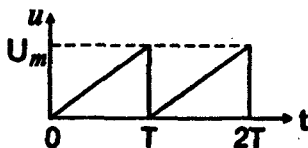


Рис. 2.5

$$I_m = 8e^{j\frac{\pi}{18}} = 8 \left( \cos \frac{\pi}{18} + j \sin \frac{\pi}{18} \right) = (7,88 + j1,39),$$

$$I = \frac{8}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{18}} \cong 5,7 \left( \cos \frac{\pi}{18} + j \sin \frac{\pi}{18} \right) = (5,57 + j0,98).$$

**2.8.3.** Комплексная амплитуда тока  $\underline{I}_m = 25e^{-j\frac{\pi}{12}}$ . Записать выражение для синусоидального тока, изменяющегося с частотой  $f = 50$  Гц.

*Решение.*

Угловая частота тока согласно уравнению (2.5)  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314$  1/с.

Для перехода от комплексной амплитуды к мгновенному значению тока надо комплексную амплитуду  $\underline{I}_m = 25e^{-j\frac{\pi}{12}}$  умножить на  $e^{j\omega t} = e^{j314t}$  и взять мнимую часть полученного комплексного числа

$$\begin{aligned} i &= \Im \left( 25e^{-j\frac{\pi}{12}} \cdot e^{j314t} \right) = \Im \left( 25e^{j\left(314t - \frac{\pi}{12}\right)} \right) = \\ &= 25 \sin \left( 314t - \frac{\pi}{12} \right). \end{aligned}$$

**2.8.4.** Известны напряжение  $u = 141,2 \sin \omega t$  и токи  $i_1 = 5\sqrt{2} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{4} \right)$ ,  $i_2 = 10\sqrt{2} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right)$ . Найти комплексные значения указанных величин, сумму токов и построить векторную диаграмму.

Согласно уравнениям (2.20) и (2.21) комплексная амплитуда напряжения

$$\underline{U}_m = 141,2e^0 = 141,2,$$

комплексное действующее напряжение

$$\underline{U} = \frac{\underline{U}_m}{\sqrt{2}} = \frac{141,2}{\sqrt{2}} = 100,$$

комплексные токи

$$\underline{I}_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} = 5 \left( \cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4} \right) = (3,54 + j3,54),$$

$$\underline{I}_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{6}} = 10 \left( \cos \frac{\pi}{6} - j \sin \frac{\pi}{6} \right) = (8,66 - j5),$$

сумма токов

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (3,54 + j3,54) + (8,66 - j5) = \\ = (12,2 - j1,46).$$

Действующее значение тока (модуль комплексного тока  $\underline{I}$ )

$$I = \sqrt{\Re(\underline{I})^2 + \Im(\underline{I})^2} = \sqrt{12,2^2 + 1,46^2} = 12,3 \text{ А.}$$

$$\text{Его аргумент } \psi = \arctg \frac{\Im(\underline{I})}{\Re(\underline{I})} = \arctg \frac{-1,46}{12,2} \cong -6,8^\circ.$$

Комплексная амплитуда в соответствии с уравнением (2.20)

$$\underline{I}_m = I\sqrt{2}e^{-j6,8^\circ} = 12,3\sqrt{2}e^{-j6,8^\circ} = 17,4e^{-j6,8^\circ}.$$

Мгновенное значение тока (см. уравнение (2.18))

$$i = \Im(\underline{I}_m e^{j\omega t}) = \Im(17,4e^{j(\omega t - 6,8^\circ)}) = 17,4 \sin(\omega t - 6,8^\circ).$$

Векторная диаграмма токов и напряжения представлена на рис. 2.6. При построении векторных диаграмм положительные направления вещественной и мнимой осей принимают, как правило, такими, как указано на рис. 2.6.

На векторной диаграмме ток  $\underline{I}_1$  опережает по фазе напряжение на угол  $\varphi = \pi/4$ , ток  $\underline{I}_2$  отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi = \pi/6$ , а ток  $\underline{I}$  отстает на угол  $\varphi = 6,8^\circ$ .

Расчеты цепей переменного тока полезно сопровождать построением векторных диаграмм. Это позволяет контролировать правильность полученных результатов.

2.8.5. К электрической цепи (рис. 2.7, а) приложено синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin \omega t$ . Используя законы Кирхгофа, составить систему уравнений для токов в ветвях в дифференциальной форме и преобразовать ее в систему для комплексных токов.

**Решение.**

При указанных (см. рис. 2.7) условных положительных направлениях токов и напряжений и направлениях обхода контуров система уравнений имеет вид:

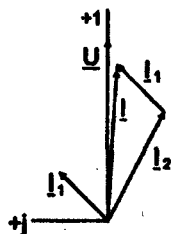


Рис. 2.6

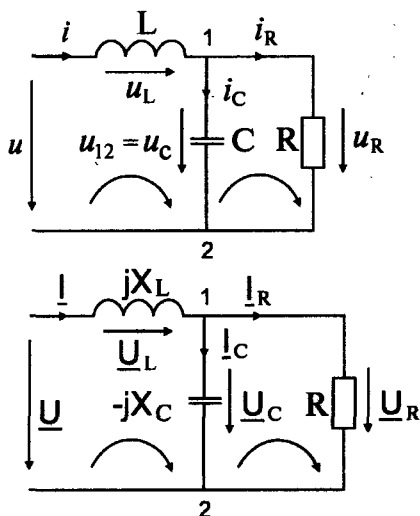


Рис. 2.7

$$\left. \begin{aligned} i - i_R - i_C &= 0, \\ u_L + u_C - u &= 0, \\ u_R - u_C &= 0. \end{aligned} \right\}$$

С учетом уравнений связи (см. табл. 2.1) она примет вид

$$\left. \begin{aligned} i - i_R - i_C &= 0, \\ L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt &= u, \\ Ri_R - \frac{1}{C} \int i dt &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Синусоидальным напряжению, току, производным и интегралам от них поставим в соответствие их комплексные изображения (см. уравнения (2.19), (2.22) и (2.24))

$$\left. \begin{aligned} u &\rightarrow U_m e^{j\omega t}; \quad i \rightarrow I_m e^{j\omega t}; \quad i_R \rightarrow I_{Rm} e^{j\omega t}; \quad i_C \rightarrow I_{Cm} e^{j\omega t}; \\ \frac{di}{dt} &\rightarrow j\omega I_m e^{j\omega t}; \quad \int i_C dt = \frac{1}{j\omega} I_{Cm} e^{j\omega t} = -j \frac{1}{\omega} I_{Cm} e^{j\omega t}. \end{aligned} \right\}$$

Подставив последние в систему дифференциальных уравнений и поделив все ее члены на  $\sqrt{2} e^{j\omega t}$ , получим

систему уравнений для комплексных действующих токов и напряжений

$$\left. \begin{aligned} \underline{I} - \underline{I}_R - \underline{I}_C &= 0, \\ jX_L \underline{I} - jX_C \underline{I}_C &= \underline{U}, \\ \underline{R} \underline{I}_R + jX_C \underline{I}_C &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где  $X_L = \omega L$  и  $X_C = 1/\omega C$  — индуктивное и емкостное реактивные сопротивления.

Комплексные напряжения на резисторе, индуктивной катушке и конденсаторе равны

$$\underline{U}_R = R \underline{I}_R; \underline{U}_L = jX_L \underline{I}; \underline{U}_C = -jX_C \underline{I}_C.$$

Приведенной системе уравнений соответствует электрическая схема на рис. 2.7, б.

2.8.6. Действующее значение напряжения, приложенного к электрической цепи (см. рис. 2.7),  $U = 100$  В. Частота напряжения  $f = 50$  Гц, сопротивление резистора  $R = 10$  Ом, индуктивность катушки  $L = 31,8$  мГн, емкость конденсатора  $C = 318,5$  мкФ. Пользуясь комплексным методом, найти действующие значения токов в ветвях цепи и напряжений на ее элементах, полную, активную и реактивную мощности цепи.

*Решение.*

Приняв начальную фазу напряжения равной нулю, для напряжения в комплексной форме можем записать  $\underline{U} = 100 e^{j0} = 100$ .

Комплексные сопротивления индуктивной катушки и конденсатора (см. табл. 2.1) соответственно равны

$$\underline{Z}_L = jX_L = j\omega L = j314 \cdot 31,8 \cdot 10^{-3} = j10 = 10e^{j\frac{\pi}{2}},$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_C &= -jX_C = -j1/\omega C = -1/(314 \cdot 318,5 \cdot 10^{-6}) = \\ &= -j10 = 10e^{-j\frac{\pi}{2}}, \end{aligned}$$

где угловая частота  $\omega = 2\pi f = 314$  с<sup>-1</sup>.

Для определения комплексных токов можно воспользоваться любым известным методом расчета электрических цепей, например, методом узловых потенциалов.

Полагая комплексный потенциал узла 2 равным нулю  $\Phi_2 = 0$ , по аналогии с уравнением (1.11) имеем  $Y_{11}\Phi_1 = -I_{11}$ , откуда

$$\Phi_1 = \frac{I_{11}}{Y_{11}} = \frac{-j10}{0,1} = -j100 = 100e^{-j\pi/2},$$

где комплексная узловая проводимость и расчетный комплексный ток в узле соответственно равны

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{R} = \frac{1}{j10} + \frac{1}{(-j10)} + \frac{1}{10} = \\ &= -j0,1 + j0,1 + 0,1 = 0,1, \end{aligned}$$

$$I_{11} = \frac{U}{Z_L} = \frac{100}{j10} = -j10.$$

**Комплексные токи в ветвях**

$$\underline{I} = \frac{U - \Phi_1}{Z_L} = \frac{100 + j100}{j10} = \frac{100\sqrt{2}e^{j\pi/4}}{10e^{j\pi/2}} = 10\sqrt{2}e^{-j\pi/4},$$

$$I_C = \frac{\Phi_1}{Z_C} = \frac{-j100}{-j10} = 10,$$

$$I_R = \frac{\Phi_1}{R} = \frac{-j100}{10} = -j10 = 10e^{-j\pi/2}.$$

Действующие значения токов  $I = 14,1$  А,  $I_R = I_C = 10$  А.

Комплексные напряжения на индуктивной катушке, конденсаторе и резисторе

$$\underline{U}_L = Z_L I = 10e^{-j\pi/2} \cdot 10\sqrt{2}e^{-j\pi/4} = 141,2e^{-j3\pi/4},$$

$$\underline{U}_R = RI_R = 10 \cdot 10e^{-j\pi/2} = 100e^{-j\pi/2},$$

$$\underline{U}_C = Z_C I_C = 10e^{j\pi/2} \cdot 10 = 100e^{j\pi/2}.$$

Действующие значения напряжений  $U_L = 141,2 \text{ В}$ ,  
 $U_C = U_R = 100 \text{ В}$ .

В соответствии с уравнением (2.35) комплексная мощность:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I} = 100 \cdot 10\sqrt{2}e^{-j\pi/4} = 1410 \left( \cos\pi/4 + j \sin\pi/4 \right) = \\ = (1000 + j1000).$$

Следовательно, полная, активная и реактивная мощности

$$S = |\underline{S}| = 1410 \text{ В} \cdot \text{А}, \quad P = \Re(\underline{S}) = 1000 \text{ Вт}, \\ Q = \Im(\underline{S}) = 1000 \text{ В} \cdot \text{Ар}.$$

2.8.7. Для электрической цепи (см. рис. 2.7) найти условие, при котором в цепи возникнет резонанс. Построить векторную диаграмму токов и напряжений при резонансе.

*Решение.*

Электрическая цепь содержит резистор, индуктивную катушку и конденсатор, поэтому в соответствии с определением в цепи возможен резонанс.

Найдем комплексное эквивалентное сопротивление этой цепи. Поскольку ветви с резистором и конденсатором включены параллельно по отношению к узлам 1 и 2, целесообразно прежде всего найти комплексную проводимость участка цепи между этими узлами как сумму комплексных проводимостей ветвей

$$Y_{12} = G + jB_c = G + j\omega C.$$

На основании уравнений (2.28) и (2.29) эквивалентное комплексное сопротивление участка цепи между узлами 1 и 2 равно

$$\underline{Z}_{12} = \frac{1}{Y_{12}} = \frac{G}{G^2 + \omega^2 C^2} - j \frac{\omega C}{G^2 + \omega^2 C^2}.$$

Эквивалентное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_e = j\omega L + \underline{Z}_{12} = \frac{G}{G^2 + \omega^2 C^2} + j \left( \omega L - \frac{\omega C}{G^2 + \omega^2 C^2} \right).$$



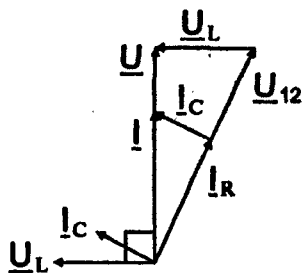


Рис. 2.8

Резонанс в приведенной электрической цепи в соответствии с его определением может возникнуть при условии  $X_s = \omega L - \frac{\omega C}{G^2 + \omega^2 C^2} = 0$ .

При  $G = \text{const}$  резонанса можно достичь несколькими способами:

— изменением индуктивности при постоянных емкости  $C$  и угловой частоте  $\omega$ ;

— изменением емкости при постоянных индуктивности  $L$  и угловой частоте  $\omega$ ;

— изменением угловой частоты  $\omega$  при постоянных индуктивности  $L$  и емкости  $C$ .

Например, при изменении угловой частоты резонанс в цепи возникнет при частоте  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{G}{C}\right)^2}$ .

Построение векторной диаграммы можно выполнить в следующем порядке:

— строят вектор напряжения  $\underline{U}$ ;  
— определяют ток в неразветвленной части цепи при резонансе  $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{\underline{R}}$  и в выбранном масштабе строят вектор тока  $\underline{I}$ , совпадающий по фазе с напряжением  $\underline{U}$ , так как при резонансе  $\varphi = 0$ ;

— находят напряжения  $\underline{U}_L = j\omega L$  на индуктивной катушке и напряжение  $\underline{U}_{12} = \underline{I} \underline{Z}_{12}$  между узлами 1 и 2;

— строят векторную диаграмму напряжений с учетом того, что напряжение  $\underline{U}_L$  опережает ток  $\underline{I}$  на угол  $\pi/2$ , и, что в соответствии со вторым законом Кирхгофа,  $\underline{U} = \underline{U}_L + \underline{U}_{12}$ ;

— определяют токи в конденсаторе  $\underline{I}_C = j\omega C \underline{U}_{12}$  и в резисторе  $\underline{I}_R = \underline{U}_{12} / \underline{R}$ , а затем строят векторную диаграмму токов с учетом того, что  $\underline{I}_R = \underline{I}_R + \underline{I}_C$ , при этом учитывают, что ток  $\underline{I}_R$  совпадает по фазе с напряжением  $\underline{U}_{12}$ , а ток  $\underline{I}_C$  опережает его на угол  $\pi/2$ .

Векторная диаграмма токов и напряжений при резонансе, построенная таким образом, приведена на рис. 2.8.

## 2.9. Задачи

**2.9.1.** Определить максимальное значение синусоидального тока, если в начальный момент времени ( $t = 0$ ) ток был 0,4 А, а начальная фаза  $30^\circ$ .

Ответ:  $I_m = 0,8$  А.

**2.9.2.** Для синусоидальных напряжений и токов, приведенных в табл. 2.2, указать их основные параметры, написать выражения для комплексных напряжений  $\underline{U}_m$ ,  $\underline{U}$  и токов  $\underline{I}_m$ ,  $\underline{I}$  и изобразить временные и векторные диаграммы.

Варианты исходных данных к задаче 2.9.2.

Таблица 2.2.

№ п/п	Напряжение $u$ , В	Ток $i$ , А
1	$282 \sin(314t + \pi/6)$	$14,1 \sin(314t - \pi/3)$
2	$141 \sin(942t - \pi/4)$	$28,2 \sin(942t + \pi/4)$
3	$220\sqrt{2} \sin(628t + \pi/6)$	$4,23 \sin(628t - \pi/4)$
4	$423 \sin(1256t + \pi/4)$	$15\sqrt{2} \sin(1256t - \pi/3)$

**2.9.3.** Определить амплитудное и действующее значение синусоидального напряжения, если его среднее значение  $U_{cp} = 198$  В.

Ответ:  $U_m = 311$  В;  $U = 220$  В.

**2.9.4.** Определить амплитудное и среднее значение синусоидального тока, если его действующее значение  $I = 10$  А.

Ответ:  $I_m = 14,1$  А,  $I_{cp} = 9,09$  А.

**2.9.5.** Вычислить действующие и средние значения напряжений и коэффициент формы, временные диаграммы которых приведены на рис. 2.9.

Ответ: а)  $U = 116$  В;  $U_{cp} = 100$  В;  $k_f = 1,16$ ; б)  $U = 100$  В;  $U_{cp} = 100$  В;  $k_f = 1$ ; в)  $U = 70,7$  В;  $U_{cp} = 50$  В;  $k_f = 1,41$ ;

**2.9.6.** Мгновенное значение тока  $i = 14,1 \sin(\omega t + \pi/6)$ . Записать выражения для комплексной амплитуды и комплексного действующего значения этого тока в показательной, тригонометрической и алгебраической формах.

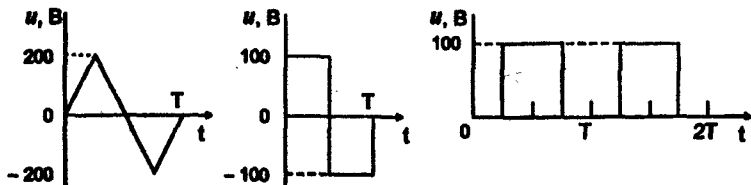


Рис. 2.9

**2.9.7. Комплексные напряжения и токи равны:** а)  $\underline{U} = (60 + j80)$ ;  $\underline{I} = (8 + j6)$ ; б)  $\underline{U} = 100$ ;  $\underline{I} = (8 + j6)$ ; в)  $\underline{U} = j100$ ;  $\underline{I} = (8 + j6)$ . Найти активные и реактивные составляющие напряжения и тока.

**Ответ:** а)  $U_a = 96,1$  В;  $U_p = 27,6$  В;  $I_a = 9,61$  А,  $I_p = 2,76$  А; б)  $U_a = 80$  В;  $U_p = 60$  В;  $I_a = 8$  А;  $I_p = 6$  А; в)  $U_a = 60$  В;  $U_p = 80$  В;  $I_a = 6$  А,  $I_p = 8$  А.

**2.9.8. Комплексные напряжения и токи равны:** а)  $\underline{U} = 100$ ;  $\underline{I} = (16 + j12)$ ; б)  $\underline{U} = j100$ ;  $\underline{I} = (16 + j12)$ ; в)  $\underline{U} = (60 + j80)$ ;  $\underline{I} = 20$ ; г)  $\underline{U} = 100 e^{-j\pi/3}$ ;  $\underline{I} = 20 e^{-j\pi/6}$ . Определить действующие значения напряжения и тока, активные и реактивные составляющие сопротивлений, полные, активные и реактивные мощности.

Ответы к задаче 2.9.8.

Таблица 2.3

Вариант	$U$ , В	$I$ , А	$R$ , Ом	$X$ , Ом	$S$ , В·А	$P$ , Вт	$Q$ , В·Ар
а	100	20	4	3	2000	1600	-1200
б	100	20	3	4	2000	1200	1600
в	100	20	3	4	2000	1200	1600
г	100	20	4,3	2,5	2000	1720	1000

**2.9.9. Для цепей, схемы которых приведены на рис. 2.10, найти комплексные сопротивления, токи и мощности, если напряжение сети  $U = 100$  В. Значения сопротивлений, Ом, указаны на схемах. Построить векторные диаграммы напряжений.**

Ответы к задаче 2.9.9.

Таблица 2.4

Схема				
Параметры	а	б	в	г
$Z_0$	$3 + j4$	$3 - j4$	$8 - j6$	$8 + j6$
$I_0$	$12 - j16$	$12 + j16$	$8 + j6$	$8 - j6$
$S_0$	$1,2 + j1,6$	$1,2 - j1,6$	$0,8 - j0,6$	$0,8 + j0,6$

**2.9.10.** Индуктивная катушка с активным сопротивлением  $R = 6$  Ом и индуктивностью  $L = 25,5$  мГн соединена последовательно с конденсатором, емкость которого  $C = 1590$  мкФ (рис. 2.11). Пользуясь комплексным методом, определить ток, напряжение на катушке и конденсаторе, если напряжение  $U = 220$  В и частота  $f = 50$  Гц. Построить векторную диаграмму напряжений.

**Ответ:**  $I = 26$  А;  $U_L = 260$  В;  $U_C = 52$  В.

**2.9.11.** В сеть с напряжением 220 В включены последовательно индуктивная катушка с активным сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 169 мГн, а также батарея конденсаторов. Определить емкость батареи, при которой в цепи возникнет резонанс напряжений. Найти ток в цепи и напряжения на индуктивном и емкостном элементах. Построить диаграмму напряжений.

**Ответ:**  $C = 64$  мкФ;  $I = 22$  А;  $U_L = U_C = 1100$  В.

**2.9.12.** К источнику синусоидального напряжения переменной частоты с действующим значением напряжения 220 В подключены последовательно соединенные индуктивная катушка с активным сопротивлением  $R =$

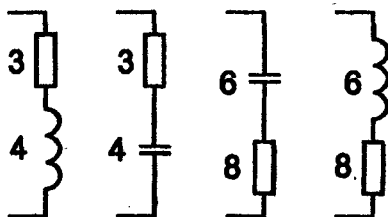


Рис. 2.10

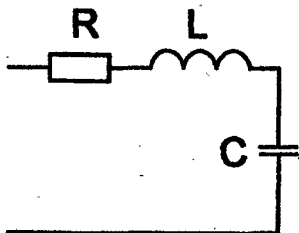


Рис. 2.11

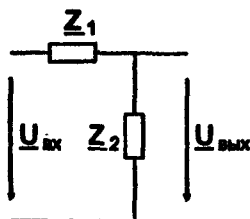


Рис. 2.12

$= 10 \text{ Ом}$  и индуктивностью  $L = 0,1 \text{ Гн}$ , а также конденсатор емкостью  $C = 302 \text{ мкФ}$  (см. рис. 2.11). При какой частоте наступит резонанс в цепи? Каковы при этом будут ток в цепи, напряжение на катушке, его активная и реактивная составляющие, напряжение на конденсаторе, реактивные мощности катушки и

конденсатора, а также активная и реактивная мощность цепи?

**Ответ:**  $f_0 = 29 \text{ Гц}$ ;  $I = 22 \text{ А}$ ;  $U_z = 457 \text{ В}$ ;  $U_{\text{ка}} = 220 \text{ В}$ ;  $U_{\text{кд}} = 400 \text{ В}$ ;  $U_c = 400 \text{ В}$ ;  $Q_L = 8800 \text{ вар}$ ;  $Q_C = -8800 \text{ вар}$ ;  $P = 4840 \text{ Вт}$ ;  $Q = 0$ .

**2.9.13.** Определить напряжения  $U_{\text{мн}}$  в схемах цепей (рис. 2.12) при напряжении  $U_{\text{м}} = 10 \text{ В}$ . Комплексные сопротивления имеют значения: а)  $\underline{Z}_1 = -j20$ ,  $\underline{Z}_2 = 17,3 + j10$ ; б)  $\underline{Z}_1 = -j34,6$ ;  $\underline{Z}_2 = 10 + j17,3$ ; в)  $\underline{Z}_1 = -j20$ ,  $\underline{Z}_2 = 10 + j10$ ; г)  $\underline{Z}_1 = 10 - j70$ ,  $\underline{Z}_2 = 30 + j40$ ;

**Ответ:** а)  $10e^{j90^\circ}$ ; б)  $10e^{j120^\circ}$ ; в)  $10e^{j90^\circ}$ ; г)  $10e^{j90^\circ}$ .

**2.9.14.** Найти токи в цепи (рис. 2.13) и коэффициент мощности, если напряжение питающей сети  $U = 220 \text{ В}$ , а комплексные сопротивления равны  $\underline{Z}_1 = (6 - j8)$ ;  $\underline{Z}_2 = (4 - j3)$ .

**Ответ:**  $I_1 = 22 \text{ А}$ ;  $I_2 = 44 \text{ А}$ ;  $I = 65 \text{ А}$ ;  $\cos \varphi = 0,741$ .

**2.9.15.** Определить ток, активные и реактивные мощности отдельных ветвей и всей электрической цепи (см. рис. 2.13) при напряжении сети  $U = 110 \text{ В}$ , если комплексные равны  $\underline{Z}_1 = (2 + j4)$ ;  $\underline{Z}_2 = (\sqrt{6} - j2)$ .

**Ответ:**  $I = 38 \text{ А}$ ;  $P_1 = 1,21 \text{ кВт}$ ;  $P_2 = 2,97 \text{ кВт}$ ,  $Q_1 = 2,42 \text{ кВт} \cdot \text{Ар}$ ;  $Q_2 = 2,42 \text{ кВт} \cdot \text{Ар}$ ;  $P = 4,18 \text{ кВт}$ ;  $Q = 0$ .

**2.9.16.** В электрической цепи (см. рис. 2.13) определить токи  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ , сдвиги фаз  $\varphi$ ,

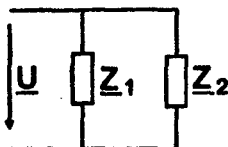


Рис. 2.13

$\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  между соответствующими токами и напряжением  $\underline{U}$ , построить векторную диаграмму токов, если  $U = 120 \text{ В}$ , активные и реактивные сопротивления цепи соответственно

равны  $\underline{Z}_1 = (2 + j6)$ ;  $\underline{Z}_2 = (1 - j9,95)$ .

Ответ:  $I = 9,43$  А;  $I_1 = 19$  А;  $I_2 = 12$  А;  $\varphi = 40^\circ 10'$ ;  $\varphi_1 = 71^\circ 30'$ ;  $\varphi_2 = -84^\circ 15'$ .

2.9.17. В электрической цепи (рис. 2.14) индуктивность катушки  $L = 0,5$  Гн, ее активное сопротивление  $R = 30$  Ом, емкость конденсатора  $C = 50$  мкФ, напряжение генератора  $U = 60$  В. Определить резонансную частоту  $f_0$ , полное сопротивление цепи  $Z$ , токи  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  и построить векторную диаграмму при резонансе. Определить те же величины при частотах, равных  $0,5$ ;  $0,75$ ;  $1,25$ ;  $1,5f_0$ , построить графики зависимости токов и проводимостей от относительной частоты  $f^* = f/f_0$ .

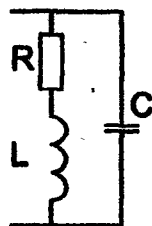


Рис. 2.14

Ответ:  $f_0 = 30,4$  Гц;  $Z = 334$  Ом;  $I = 0,18$  А;  $I_1 = 0,6$  А;  $I_2 = 0,574$  А.

2.9.18. Параметры электрической цепи (рис. 2.15) представлены в табл. 2.5. Найти токи в ветвях, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности. Построить векторные диаграммы токов и напряжений.

Варианты исходных данных к задаче 2.9.18.

Таблица 2.5

№ п/п	$U$ , В	$U_{12}$ , В	$I_1$ , А	$Z_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$X_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$X_3$ , Ом
1	—	$80e^{j\pi/4}$	—	$8 + j0$	0	16	0	8
2	—	—	$10e^{-j\pi/6}$	$0 + j10$	7,07	7,07	0	10
3	90	—	—	$0 + j6,3$	18,3	14	3	1,35
4	—	220	—	$1,5 + j2,6$	29	50	6	10

Ответы к задаче 2.9.18.

Таблица 2.6

№ п/п	$I_1$ , А	$I_2$ , А	$I_3$ , А	$P$ , Вт	$Q$ , В·Ар	$S$ , ВА	cosφ
1	5	5	10	200	400	447	0,45
2	10	13	13	1195	1500	1915	0,62
3	11,5	1,53	10,7	386	955	1030	0,375
4	17,35	3,8	18,9	3010	3615	4710	0,64

**2.9.19.** Для электрической цепи (см. рис. 2.15) определить токи в ветвях, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности. Построить векторные диаграммы токов и напряжений. Параметры цепи приведены в табл. 2.7.

Варианты исходных данных к задаче 2.9.19.

Т а б л и ц а 2.7

№ п/п	$u_{12}, \text{В}$	$I_1, \text{А}$	$U, \text{В}$	$Z_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$X_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$X_3, \text{Ом}$
1	$84,8 \sin(\omega t + 30^\circ)$	—	—	$0 - j10$	6	0	0	6
2	—	$14,1 \sin(\omega t + 45^\circ)$	—	$7,07 - j7,07$	10	0	0	10

Ответы к задаче 2.9.19.

Т а б л и ц а 2.8

№ п/п	$I_1, \text{А}$	$I_2, \text{А}$	$I_3, \text{А}$	$P, \text{Вт}$	$Q, \text{вар}$	$S_1, \text{В·А}$	cosφ
1	14,1	10	10	600	-1400	1520	0,89
2	10	7,07	7,07	1207	1207	1225	0,985
3	13,9	12,4	6,2	1150	770	1390	0,83

**2.9.20.** При каком реактивном сопротивлении  $X_2$  (см. рис. 2.15) приложенное напряжение  $U$  и ток  $I_1$  совпадают по фазе, если  $R_1 = 12 \text{ Ом}$ ;  $X_1 = 14 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 0$ ;  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  $X_3 = 15 \text{ Ом}$ . Для найденного значения  $X_2$  определить токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  при  $U = 120 \text{ В}$  и построить векторную диаграмму.

**Ответ:** а)  $X_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $I_1 = 6 \text{ А}$ ;  $I_2 = 9,67 \text{ А}$ ;  $I_3 = 5,37 \text{ А}$ ; б)  $X_2 = 15,7 \text{ Ом}$ ;  $I_1 = 3,28 \text{ А}$ ;  $I_2 = 5,89 \text{ А}$ ;  $I_3 = 5,14 \text{ А}$ .

**2.9.21.** Для электрической цепи (см. рис. 2.15) найти емкостное сопротивление  $X_1$ , соответствующее резонансу напряжений, если  $Z_1 = (12 - jX_1)$ ;  $R_2 = 12 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ;  $X_2 = 0$ ;  $X_3 = 16 \text{ Ом}$ ;  $U = 220 \text{ В}$ . Вычислить для этого режима токи и построить векторную диаграмму.

**Ответ:**  $X_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $I_1 = 10 \text{ А}$ ;  $I_2 = 5,6 \text{ А}$ ;  $I_3 = 5,6 \text{ А}$ .

**2.9.22.** При каком индуктивном сопротивлении  $X_3$  в цепи (см. рис. 2.15) наступит резонанс, если  $Z_1 = (1,5 -$

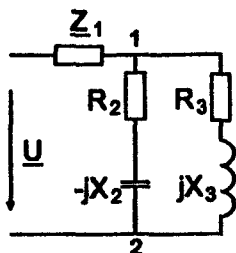


Рис. 2.15

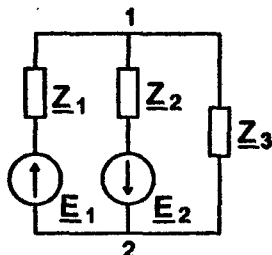


Рис. 2.16

—  $j1,25$ ) Ом;  $R_2 = 5$  Ом;  $X_2 = 0$ ;  $R_3 = 3$  Ом? Определить токи и построить векторную диаграмму при  $U = 120$  В.

Ответ: а)  $X_3 = 4$  Ом;  $I_1 = 30$  А;  $I_2 = 16,8$  А;  $I_3 = 16,8$  А;

б)  $X_3 = 16$  Ом;  $I_1 = 20,4$  А;  $I_2 = 18,6$  А;  $I_3 = 5,7$  А.

2.9.23. В цепи (см. рис. 2.15) резонанс. Известны  $U = 110$  В;  $R_2 = 40$  Ом;  $X_2 = 0$ ;  $X_3 = 32$  Ом;  $Z_1 = (R_1 - jX_1) = (24 - j?)$ ;  $I_1 = 2,5$  А. Вычислить активное сопротивление  $R_3$ , емкостное сопротивление  $X_1$  и остальные токи.

Ответ:  $R_3 = 24$  Ом;  $X_1 = 10$  Ом;  $I_2 = 1,4$  А;  $I_3 = 1,4$  А.

2.9.24. Составив уравнения по законам Кирхгофа, определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 2.16) и напряжение между узлами 1 и 2, если:

а)  $E_1 = E_2 = 60$  В,  $Z_1 = j30$ ;  $Z_2 = -j30$ ;  $Z_3 = (20 - j20)$ ;

б)  $E_1 = 200e^{-j\pi/2}$  В,  $E_2 = -100e^{-j\pi/2}$ ;  $Z_1 = (3 + j4)$ ;  $Z_2 = (6 + j8)$ ;  $Z_3 = (5 + j3,3)$ ;

в)  $E_1 = (60 + j80)$ ;  $E_2 = (-60 - j80)$ ;  $Z_1 = j20$ ;  $Z_2 = -j20$ ;  $Z_3 = -j40$ ;

Ответ: а)  $I_1 = 5,35$  А;  $I_2 = 2,75$  А;  $I_3 = 4$  А,  $U_{12} = 113$  В;

б)  $I_1 = 18,5$  А;  $I_2 = 1,55$  А;

$I_3 = 18,1$  А,  $U_{12} = 108,5$  В; в)  $I_1 = I_2 = 5$  А;  $I_3 = 0$ ,  $U_{12} = 0$ .



## ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

### 3.1. Основные понятия и определения

**Трехфазная электрическая цепь (ТЦ)** — это совокупность трех однофазных электрических цепей, в которых действуют ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые друг относительно друга по фазе и создаваемые общим источником электрической энергии.

**Фаза** — отдельная электрическая цепь, входящая в состав ТЦ, в которой может существовать один из токов трехфазной системы. Фазами называют и отдельные элементы этой цепи, например, фазные обмотки трехфазного источника и др. Общепринятое обозначение фаз ТЦ приведено в табл. 3.1.

**Фазное напряжение  $U_\phi$**  — напряжение между началом и концом фазы источника или приемника.

**Фазный ток  $I_\phi$**  — ток в фазе трехфазной цепи.

**Линейные провода** — провода, соединяющие начала одноименных фаз источника и приемника.

**Линейный ток  $I_\Delta$**  — ток в линейных проводах.

**Линейное напряжение  $U_\Delta$**  — напряжение между линейными проводами или между началами разных фаз.

**Трехфазная система ЭДС (токов, напряжений)** — совокупность ЭДС (токов, напряжений) в трехфазной цепи. Трехфазную систему ЭДС (токов, напряжений) называют *симметричной*, если амплитудные (действующие) значения ЭДС (токов, напряжений) во всех фазах равны и сдвинуты по фазе друг относительно друга на угол  $\psi = 2\pi/3$ , и *несимметричной*, если хотя бы одно из приведенных условий не выполняется.

## Обозначение фаз в трехфазных электрических цепях

Фаза	Источник		Приемник	
	Начало	Конец	Начало	Конец
A	A	X	a	x
B	B	Y	b	y
C	C	Z	c	z

Трехфазная симметричная система ЭДС для мгновенных и комплексных значений может быть описана системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin(\omega t + \psi), \quad \underline{E}_A = E e^{j\psi}, \\ e_B &= E_m \sin\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right), \quad \underline{E}_B = E e^{j\psi} e^{-j2\pi/3} = E e^{j\psi} (-0,5 - j \cdot 0,867), \\ e_C &= E_m \sin\left(\omega t + \psi - \frac{4\pi}{3}\right), \quad \underline{E}_C = E e^{j\psi} e^{-j4\pi/3} = E e^{j\psi} (-0,5 + j \cdot 0,867). \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Здесь индексы A, B, C обозначают принадлежность ЭДС соответствующей фазе трехфазной цепи.

Трехфазную систему ЭДС (токов, напряжений) можно изобразить векторной диаграммой, как показано на рис. 3.1:

а) для симметричной системы;

б) и в) — для несимметричных систем.

Трехфазные симметричные системы ЭДС (токов, напряжений) удовлетворяют уравнениям:

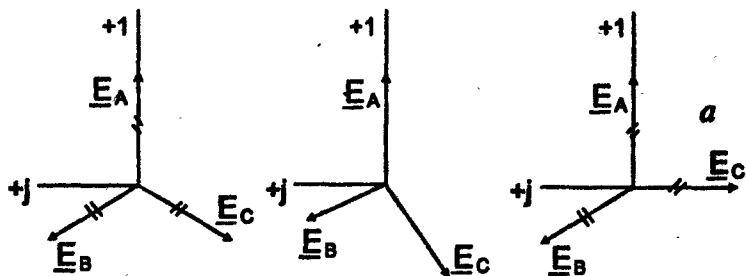


Рис. 3.1

$$\left. \begin{aligned} e_A + e_B + e_C &= 0, \\ \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Симметричный приемник электрической энергии — трехфазный приемник, у которого комплексные сопротивления всех фаз одинаковы, т. е.  $Z_a = Z_b = Z_c$ .

Симметричный режим работы ТЦ — режим работы, при котором трехфазные системы напряжений и токов симметричны.

Связанная трехфазная электрическая цепь — цепь, в которой все фазы электрически соединены. Основными способами соединения фаз являются соединения звездой (Y) и треугольником (D).

### 3.2. Соединение звездой

Схемы соединения звездой в четырех- и трехпроводных цепях приведены на рис. 3.2, где указаны и общепринятые условные положительные направления токов, напряжений и ЭДС. На электрических схемах:

N и n — нейтральные точки источника и приемника соответственно;

N — n — нейтральный (в соответствии с ГОСТ 13109 — нулевой рабочий) провод;

A — a, B — b, C — c — линейные провода;

$I_a, I_b, I_c$  — комплексные фазные и линейные токи одновременно, их совокупность представляет собой трехфазную систему токов;

$I_N$  — комплексный ток в нейтральном проводе;

$U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  — линейные напряжения источника; например,  $U_{AB}$  — линейное напряжение между линейными проводами A и B или началами фаз A и B источника;

$U_A = U_{AN}, U_B = U_{BN}, U_C = U_{CN}$  — фазные напряжения источника;

$U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}$  — линейные напряжения приемника;

$U_a = U_{an}, U_b = U_{bn}, U_c = U_{cn}$  — фазные напряжения приемника;

$U_{nn}$  — напряжение между нейтральными точками;

$\Delta U$  — падение напряжения на линейных проводах;

$Z_a, Z_b, Z_c$  — комплексные фазные сопротивления приемника;

$Z_N$  и  $Z_{np}$  — комплексные сопротивления нейтрального и линейных проводов.



подобно расчету однофазных цепей. При этом наиболее целесообразно пользоваться комплексным методом.

Фазные токи и ток в нейтральном проводе определяют по закону Ома в комплексной форме

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_A &= \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \underline{U}_A \underline{Y}_A = \frac{\underline{U}_{An}}{\underline{Z}_A} = \underline{U}_{An} \underline{Y}_A, \\ \underline{I}_B &= \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = \underline{U}_B \underline{Y}_B = \frac{\underline{U}_{Bn}}{\underline{Z}_B} = \underline{U}_{Bn} \underline{Y}_B, \\ \underline{I}_C &= \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = \underline{U}_C \underline{Y}_C = \frac{\underline{U}_{Cn}}{\underline{Z}_C} = \underline{U}_{Cn} \underline{Y}_C, \\ \underline{I}_N &= \frac{\underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_N} = \underline{U}_{nN} \underline{Y}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

где  $\underline{Y}_A = 1/\underline{Z}_A$ ,  $\underline{Y}_B = 1/\underline{Z}_B$ ,  $\underline{Y}_C = 1/\underline{Z}_C$  — комплексные проводимости фаз приемника,  $\underline{Y}_N = 1/\underline{Z}_N$  — комплексная проводимость нейтрального провода.

Линейные и фазные токи при соединении звездой равны, т. е.  $\underline{I}_A = \underline{I}_\Phi$ .

Напряжения  $\underline{U}_{An}$ ,  $\underline{U}_{Bn}$ ,  $\underline{U}_{Cn}$  определяют по второму закону Кирхгофа. В соответствии со схемой, представленной на рис. 3.2, имеем:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{An} &= \underline{U}_A - \underline{U}_{nN}, \\ \underline{U}_{Bn} &= \underline{U}_B - \underline{U}_{nN}, \quad \underline{U}_{Cn} = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где напряжение  $\underline{U}_{nN}$  между нейтральными точками источника и приемника

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}. \quad (3.7)$$

В трехпроводных цепях (см. рис. 3.2, б) напряжения  $\underline{U}_{An}$ ,  $\underline{U}_{Bn}$  и  $\underline{U}_{Cn}$  можно определить по известным линейным напряжениям источника, пользуясь методом узловых потенциалов

$$\underline{U}_{An} = \frac{\underline{U}_{AB} \underline{Y}_B - \underline{U}_{CA} \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \quad \underline{U}_{Bn} = \frac{\underline{U}_{BC} \underline{Y}_C - \underline{U}_{AB} \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

$$\underline{U}_{Cn} = \frac{U_{CA}Y_A - U_{BC}Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}. \quad (3.8)$$

Фазные напряжения приемника и падения напряжений в линейных проводах

$$\underline{U}_a = \underline{I}_a \underline{Z}_a, \quad \underline{U}_b = \underline{I}_b \underline{Z}_b, \quad \underline{U}_c = \underline{I}_c \underline{Z}_c,$$

$$\Delta \underline{U}_a = \underline{I}_a \underline{Z}_{\text{пр}}, \quad \Delta \underline{U}_b = \underline{I}_b \underline{Z}_{\text{пр}}, \quad \Delta \underline{U}_c = \underline{I}_c \underline{Z}_{\text{пр}}. \quad (3.9)$$

Линейные напряжения на зажимах приемника

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_a - \underline{U}_b, \quad \underline{U}_{bc} = \underline{U}_b - \underline{U}_c, \quad \underline{U}_{ca} = \underline{U}_c - \underline{U}_a, \quad (3.10)$$

откуда следует, что  $\underline{U}_{ab} + \underline{U}_{bc} + \underline{U}_{ca} = 0$ .

При симметричной системе напряжений  $U_\lambda = \sqrt{3} U_\phi$ .

### 3.3. Соединение треугольником

Схема соединения и общепринятые условные положительные направления всех электрических величин показаны на рис. 3.3. В узлах А, В и С соединены конец одной фазы с началом другой, равно как и в узлах а, b и c приемника.

Токи  $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$  связаны с фазными токами  $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$  соотношениями:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}, \quad (3.11)$$

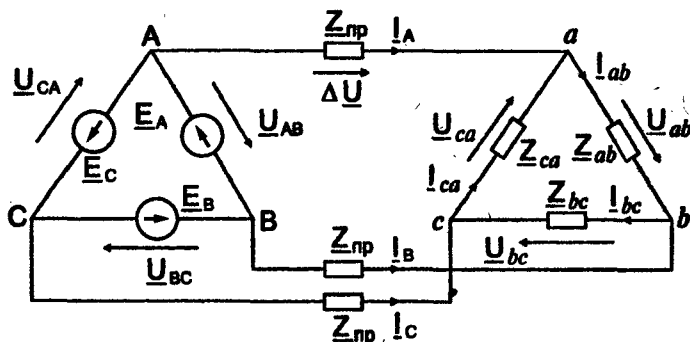


Рис. 3.3

причем

$$I_A + I_B + I_C = 0. \quad (3.12)$$

При симметричной нагрузке

$$I_\Delta = \sqrt{3} I_\Phi. \quad (3.13)$$

Фазные токи в соответствии с законом Ома равны

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ab} &= \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \underline{U}_{ab} \underline{Y}_{ab}, \quad \underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \underline{U}_{bc} \underline{Y}_{bc}, \\ \underline{I}_{ca} &= \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \underline{U}_{ca} \underline{Y}_{ca}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

При соединении треугольником  $U_\Delta = U_\Phi$ .

Связь между линейными напряжениями источника и приемника с учетом падения напряжения в линейных проводах при условии равенства их сопротивлений  $\underline{Z}_{\text{пр}}$  устанавливается нижеприведенными соотношениями:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_{AB} - \underline{Z}_{\text{пр}} (\underline{I}_A - \underline{I}_B), \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_{BC} - \underline{Z}_{\text{пр}} (\underline{I}_B - \underline{I}_C), \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_{CA} - \underline{Z}_{\text{пр}} (\underline{I}_C - \underline{I}_A). \end{aligned} \quad (3.15)$$

При симметричной нагрузке, когда  $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}$ ,

$$\underline{U}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB} \underline{Z}}{\underline{Z} + 3\underline{Z}_{\text{пр}}}, \quad \underline{U}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC} \underline{Z}}{\underline{Z} + 3\underline{Z}_{\text{пр}}}, \quad \underline{U}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA} \underline{Z}}{\underline{Z} + 3\underline{Z}_{\text{пр}}}, \quad (3.16)$$

так как в этом случае разность линейных токов в уравнениях (3.15) в три раза больше фазного тока, например,  $\underline{I}_A - \underline{I}_B = 3\underline{I}_{ab}$ .

При несимметричной нагрузке расчет можно упростить, если приемник, соединенный треугольником, заменить эквивалентным приемником, соединенным звездой (рис. 3.4). Параметры эквивалентного приемника связаны с параметрами реального приемника следующими соотношениями:

$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_{ab} \underline{Z}_{ca}}{\sum \underline{Z}}, \quad \underline{Z}_b = \frac{\underline{Z}_{bc} \underline{Z}_{ab}}{\sum \underline{Z}}, \quad \underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_{ca} \underline{Z}_{bc}}{\sum \underline{Z}}, \quad (3.17)$$

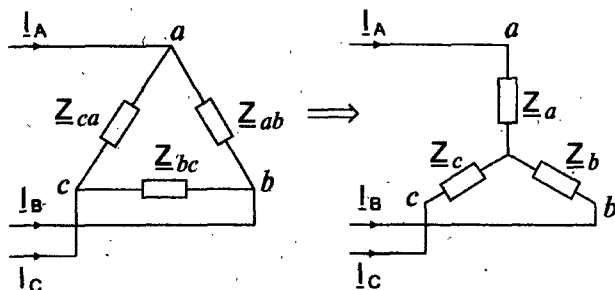


Рис. 3.4

где  $\sum \underline{Z} = \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}$ .

В эквивалентной цепи находят линейные токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  (см. уравнения (3.5) и (3.8)), линейные напряжения  $U_{ab}$ ,  $U_{bc}$ ,  $U_{ca}$  на зажимах приемника по (3.15) и, наконец, определяют фазные токи  $I_{ab}$ ,  $I_{bc}$ ,  $I_{ca}$  по (3.14).

### 3.4. Мощность трехфазной цепи

В трехфазной цепи полную, активную и реактивную фазные мощности определяют как и в однофазных цепях:

$$\left. \begin{aligned} \underline{S}_\phi &= \underline{U}_\phi \underline{I}_\phi^* = S_\phi e^{j\varphi} = P_\phi + jQ_\phi, \\ S_\phi &= |\underline{S}_\phi| = \sqrt{P_\phi^2 + Q_\phi^2}, \\ P_\phi &= \operatorname{Re}(\underline{S}_\phi) = U_\phi I_\phi \cos \varphi, \\ Q_\phi &= \operatorname{Im}(\underline{S}_\phi) = U_\phi I_\phi \sin \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

где  $\underline{I}_\phi^*$  — сопряженный комплексный фазный ток.

Мощность трехфазного приемника или источника

$$\left. \begin{aligned} \underline{S} &= \sum_{n=1}^3 \underline{S}_\phi = \sum_{n=1}^3 P_\phi + j \sum_{n=1}^3 Q_\phi = P + jQ, \\ S &= |\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad P = \sum_{n=1}^3 P_\phi, \quad Q = \sum_{n=1}^3 Q_\phi. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

При симметричном режиме трехфазной цепи



$$\left. \begin{aligned} \underline{S} &= 3\underline{S}_\phi, \quad S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}}, \\ P &= 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi, \\ Q &= 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

### 3.5. Примеры

**3.5.1.** К трехфазному генератору подключен симметричный приемник электрической энергии (см. рис. 3.2, б). Линейное напряжение генератора  $U_{\text{л}} = 220$  В, сопротивление проводов  $\underline{Z}_{\text{л}} = (0,5 + j1)$ , сопротивление приемника  $\underline{Z} = (10 + j6)$ . Определить фазное напряжение генератора, токи, фазные и линейные напряжения приемника, падение напряжения в линейных проводах, мощность приемника. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

*Решение.*

Режим работы трехфазной цепи симметричный, поэтому напряжение между нейтральными точками  $U_N = 0$ .

1. При симметричной системе линейных напряжений генератора фазное напряжение равно

$$U_\phi = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

2. Система комплексных фазных напряжений генератора, если принять напряжение  $\underline{U}_A$  чисто вещественным,

$$\underline{U}_A = 127, \quad \underline{U}_B = 127e^{-j120^\circ}, \quad \underline{U}_C = 127e^{j120^\circ}.$$

3. Комплексные фазные сопротивления и проводимости по (3.3)

$$\begin{aligned} \underline{Z}_\phi &= \underline{Z} + \underline{Z}_{\text{л}} = (10 + j6) + (0,5 + j1) = \\ &= 10,5 + j7 = 12,6e^{j34^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Y}_\phi &= 1/\underline{Z}_\phi = 1/12,6e^{j34^\circ} = 7,9 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-j34^\circ} = \\ &= (6,6 - j4,4) \cdot 10^{-2}. \end{aligned}$$

4. При  $U_N = 0$  фазные напряжения в соответствии с (3.6) равны

$$\underline{U}_{Aa} = 127, \underline{U}_{Ba} = 127e^{-j120^\circ}, \underline{U}_{Ca} = 127e^{j120^\circ}.$$

В силу того, что системы фазных и линейных напряжений генератора и приемника симметричны, трехфазные системы токов, фазных и линейных напряжений приемника являются также симметричными. Для их определения достаточно найти ток, фазное и линейное напряжения для одной из фаз, а соответствующие величины в других фазах определить по соотношениям, аналогичным (3.1).

5. Трехфазная система фазных токов приемника по (3.5)

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \underline{U}_{Aa} Y_a = 127 \cdot 7,9 \cdot 10^{-2} e^{-j34^\circ} = 10e^{-j34^\circ}, \\ I_b &= I_a e^{-j120^\circ} = 10e^{-j154^\circ} \text{ А}, \quad I_c = I_a e^{j120^\circ} = 10e^{j86^\circ}. \end{aligned} \right\}$$

Действующие значения фазных токов  $I_a = I_b = I_c = 10 \text{ А}$ .

6. Система фазных напряжений приемника по (3.9)

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_a &= I_a Z_a = 10e^{-j34^\circ} (10 + j6) = 10e^{-j34^\circ} 11,7e^{j31^\circ} = 117e^{-j3^\circ}, \\ \underline{U}_b &= \underline{U}_a e^{-j120^\circ} = 117e^{-j123^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_c = \underline{U}_a e^{j120^\circ} = 117e^{j117^\circ}. \end{aligned} \right\}$$

Действующие значения фазных напряжений приемника  $U_a = U_b = U_c = 117 \text{ В}$ .

7. Система линейных напряжений приемника по (3.11)

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b = 117e^{-j3^\circ} - 117e^{-j123^\circ} = (116,8 - j6,1) - (-64,8 - j98,1) = \\ &= (180 + j92) = 202e^{j27^\circ}, \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_{ab} e^{-j120^\circ} = 202e^{-j93^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{ab} e^{j120^\circ} = 202e^{j147^\circ}. \end{aligned} \right\}$$

8. Падения напряжений в линейных проводах по (3.9)

$$\left. \begin{aligned} \Delta \underline{U}_a &= I_a Z_{\text{пр}} = 10e^{-j34^\circ} (0,5 + j1) = 10e^{-j34^\circ} 1,12e^{j63^\circ} = 11,2e^{j29^\circ}, \\ \Delta \underline{U}_b &= \underline{U}_a e^{-j120^\circ} = 11,2e^{-j91^\circ} \text{ В}, \quad \Delta \underline{U}_c = \underline{U}_a e^{j120^\circ} = 11,2e^{j149^\circ}. \end{aligned} \right\}$$

9. Фазные полная, активная и реактивная мощности приемника по (3.18) в силу симметрии цепи

$$\begin{aligned} S_\phi &= S_a = S_b = S_c = \underline{U}_a I_a^* = 117e^{-j3^\circ} 10e^{j34^\circ} = \\ &= 1170e^{j31^\circ} = (1003 + j603); \end{aligned}$$

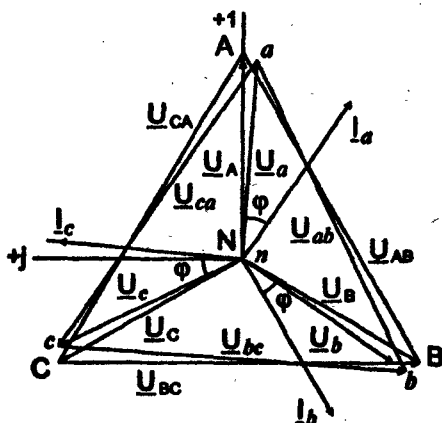


Рис. 3.5

$$S_0 = 1170 \text{ В·А}; P_0 = 1003 \text{ Вт}; Q_0 = 603 \text{ В·Ар.}$$

10. Полная, активная и реактивная мощности приемника по (3.19) и (3.20)

$$\underline{S} = \sum \underline{S}_0 = 3\underline{S}_0 = 3510e^{j31^\circ} = (3010 + j1810);$$

$$S = 3510 \text{ В·А}; P = 3010 \text{ Вт}; Q = 1810 \text{ В·Ар.}$$

11. Векторная диаграмма напряжений и токов приведена на рис. 3.5.

3.5.2. В трехфазной электрической цепи (см. рис. 3.2, а) к симметричному трехфазному генератору с фазным напряжением  $U_\Delta = 220 \text{ В}$  подключен несимметричный приемник. Сопротивления фаз приемника  $Z_a = (2 + j4)$ ,  $Z_b = (4 - j8)$ ,  $Z_c = 5$ . Сопротивления линейных проводов  $Z_{\text{ли}} = (0,4 + j0,8)$ . Сопротивление нейтрального провода  $Z_N = 0,5$ . Определить напряжения и токи приемника, мощность приемника при наличии нейтрального провода и его обрыве и построить векторные диаграммы.

**Решение.**

1. Система фазных напряжений генератора в комплексной форме в предположении, что  $U_\Delta$  является чисто вещественным,

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_A &= 220, \\ \underline{U}_B &= 220e^{-j120^\circ} = (-110 - j190,5), \\ \underline{U}_C &= 220e^{j120^\circ} = (-110 + j190,5). \end{aligned} \right\}$$

## 2. Комплексные фазные сопротивления

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A &= \underline{Z}_a + \underline{Z}_{np} = (2 + j4) + (0,4 + j0,8) = \\ &= 2,4 + j4,8 = 4,9e^{j61^\circ}, \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_B = 4,4 - j7,7 = 8,7e^{-j60^\circ},$$

$$\underline{Z}_C = 5,4 + j0,8 = 5,4e^{j8^\circ}.$$

## 3. Комплексные проводимости фаз и нейтрального провода

$$\underline{Y}_A = 1/\underline{Z}_A = 1/4,9e^{j61^\circ} = 0,203e^{-j61^\circ} = (0,099 - j0,177),$$

$$\underline{Y}_B = 1/8,7e^{-j60^\circ} = 0,113e^{j60^\circ} = (0,056 + j0,098),$$

$$\underline{Y}_C = 1/5,4e^{j8^\circ} = 0,185e^{-j8^\circ} = (0,184 - j0,01),$$

$$\underline{Y}_N = 1/\underline{Z}_N = 1/0,5 = 2.$$

## 4. Сумма комплексных проводимостей:

$$\sum \underline{Y} = \underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N = 2,34 - j0,09 \approx 2,34e^{-j2,2^\circ}.$$

При наличии нейтрального провода.

## 5. Напряжение между нейтральными точками по (3.7)

$$\begin{aligned} \underline{U}_{aN} &= \frac{220 \cdot 0,203e^{-j61^\circ} + 220e^{-j120^\circ} \cdot 0,113e^{j60^\circ} + 220e^{j120^\circ} \cdot 0,185e^{-j8^\circ}}{2,34e^{-j2,2^\circ}} = \\ &= 12,4e^{-j55^\circ} = (7 - j10). \end{aligned}$$

## 6. Система фазных напряжений $\underline{U}_{An}$ , $\underline{U}_{Bn}$ , $\underline{U}_{Cn}$ по (3.6):

$$\underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{aN} = 220 - (7 - j10) = 213 + j10 \approx 213e^{j2,8^\circ},$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Bn} &= (-110 - j190,5) - (7 - j10) = \\ &= -117 - j180,5 = 215e^{-j122^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Cn} &= (-110 + j190,5) - (7 - j10) = \\ &= -117 + j200,5 = 232e^{j120^\circ}. \end{aligned}$$

7. Система фазных токов и ток в нейтральном проводе по (3.5)

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \underline{U}_{Aa} Y_A = 213e^{j3^\circ} \cdot 0,203e^{-j61^\circ} = 43,3e^{-j58^\circ}, \\ I_b &= \underline{U}_{Ba} Y_B = 215e^{-j123^\circ} \cdot 0,113e^{j60^\circ} = 24,3e^{-j63^\circ}, \\ I_c &= \underline{U}_{Ca} Y_C = 232e^{j130^\circ} \cdot 0,185e^{-j3^\circ} = 43e^{j117^\circ}, \\ I_N &= \underline{U}_{Nn} Y_N = 12,4e^{-j55^\circ} \cdot 2 = 24,8e^{-j55^\circ}. \end{aligned} \right\}$$

Действующие значения токов  $I_a = 43,3$  А,  $I_b = 24,3$  А,  $I_c = 43$  А.

8. Комплексные фазные напряжения приемника по (3.9)

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{I}_a \underline{Z}_a = 43,3e^{-j58,1^\circ} \cdot 4,47e^{j63,4^\circ} = 194e^{j5,3^\circ}, \\ \underline{U}_b &= \underline{I}_b \underline{Z}_b = 24,3e^{-j62,7^\circ} \cdot 8,94e^{-j63,4^\circ} = 217e^{-j126,1^\circ}, \\ \underline{U}_c &= \underline{I}_c \underline{Z}_c = 43e^{j117,1^\circ} \cdot 5 = 215e^{j117,1^\circ}, \end{aligned}$$

где  $\underline{Z}_a = 2 + j4 = 4,47e^{j63,4^\circ}$ ,  $\underline{Z}_b = 4 - j8 = 8,94e^{-j63,4^\circ}$ ,  $\underline{Z}_c = 5$  Ом.

Действующие значения фазных напряжений  $U_a = 194$  В,  $U_b = 217$  В,  $U_c = 215$  В.

9. Система линейных напряжений приемника

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b = (193 + j17) - (-127 - j175) = 320 + j192 = 373e^{j31^\circ}, \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_b - \underline{U}_c = -29,5 - j366,5 = 368e^{-j94,5^\circ}, \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_c - \underline{U}_a = -290,5 + j174,5 = 339e^{j148^\circ}. \end{aligned} \right\}$$

10. Полная, активная и реактивная мощности приемника

Фазные мощности по (3.18)

$$\begin{aligned} \underline{S}_a &= \underline{U}_a \underline{I}_a^* = Se^{j\varphi_a} = 194e^{j5^\circ} \cdot 43,3e^{j58^\circ} = \\ &= 8400e^{j63^\circ} = 3815 + j7485, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_b &= \underline{U}_b \underline{I}_b^* = 217e^{-j126^\circ} \cdot 24,3e^{j63^\circ} = \\ &= 5270e^{-j63^\circ} = 2395 - j4670, \end{aligned}$$

$$\underline{S}_c = \underline{U}_c \underline{I}_c^* = 215e^{j117^\circ} \cdot 43e^{-j117^\circ} = 9245e^{j0^\circ} = 9245 + j0.$$

Следовательно,

$$S_a = 8400 \text{ В·А}; P_a = 3815 \text{ Вт}; Q_a = 7485 \text{ В·Ар};$$

$$S_b = 5270 \text{ В·А}; P_b = 2395 \text{ Вт}; Q_b = -4670 \text{ В·Ар};$$

$$S_c = 9245 \text{ В·А}; P_c = 9245 \text{ Вт}; Q_c = 0;$$

Мощность трехфазного приемника

$$S = S_a + S_b + S_c = 15\,465 + j2785 = 15\,710 e^{j10^\circ};$$

$$S = 15\,710 \text{ В·А}; P = S \cos \varphi = 15\,465 \text{ Вт}; Q = S \sin \varphi = 2785 \text{ В·Ар}.$$

При обрыве нейтрального провода ( $Y_N = 0$ ).

11. Напряжение между нейтральными точками по (3.7)

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{220 \cdot 0,203 e^{-j81^\circ} + 220 e^{-j120^\circ} \cdot 0,113 e^{j60^\circ} + 220 e^{j120^\circ} \cdot 0,185 e^{-j5^\circ}}{0,35 e^{-j14,8^\circ}} = \\ &= 82,5 e^{-j4^\circ} = (81,5 - j55), \end{aligned}$$

где  $Y_A + Y_B + Y_C = 0,34 - j0,09 = 0,35 e^{-j14,8^\circ}$ .

12. Аналогично п. 6, 7, 8 и 10 получаем

$$\underline{U}_{An} = 168 e^{j19^\circ}; \underline{U}_{Bn} = 218 e^{-j148^\circ}; \underline{U}_{Cn} = 300 e^{j125^\circ};$$

$$\underline{I}_a = 34,1 e^{-j42^\circ}; \underline{I}_b = 24,6 e^{-j82^\circ}; \underline{I}_c = 55,5 e^{j122^\circ};$$

$$\underline{U}_a = 152 e^{j22^\circ}; \underline{U}_b = 220 e^{-j145^\circ}; \underline{U}_c = 277 e^{j122^\circ};$$

$$\underline{S}_a = 5200 e^{j64^\circ}; \underline{S}_b = 5410 e^{-j82^\circ};$$

$$\underline{S}_c = 15\,375 e^{j0^\circ}; S = 20\,112 e^{j0^\circ};$$

$$S_a = 5200 \text{ В·А}; S_b = 5410 \text{ В·А}; S_c = 15\,375 \text{ В·А};$$

$$P_a = 2280 \text{ Вт}; P_b = 2456 \text{ Вт}; P_c = 15\,375 \text{ Вт};$$

$$Q_a = 4674 \text{ вар}; Q_b = -4820 \text{ вар}; Q_c = 0;$$

$$S = 20\,110 \text{ В·А}; P = 20\,110 \text{ Вт}; Q = -146 \text{ В·Ар.}$$

13. Векторные диаграммы токов и напряжений представлены на рис. 3.6.

Таким образом, если не пренебрегать сопротивлением нейтрального провода, то при несимметричном приеме система фазных напряжений на его зажимах становится несимметричной, причем несимметрия увеличивается с увеличением сопротивления нейтрального провода.

3.5.3. В электрической цепи (см. рис. 3.3) сопротивления фаз приемника и линейных проводов соответственно равны  $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z = (8,4 + j6,6) = 10,7e^{35^\circ}$ ,  $Z_{nn} = (0,5 + j1,5) = 1,58e^{71,5^\circ}$ , линейное напряжение источника  $U_{\Delta} = 230 \text{ В}$ . Найти напряжения на зажимах приемника, фазные и линейные токи, падения напряжения на линейных проводах, потерю напряжения и мощность приемника. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

*Решение.*

1. В силу симметрии электрической цепи система линейных напряжений источника в комплексной форме в предположении, что напряжение  $U_{AB}$  является чисто вещественным, имеет вид

$$\underline{U}_{AB} = 230; \underline{U}_{BC} = 230e^{-j120^\circ}; \underline{U}_{CA} = 230e^{j120^\circ}.$$

2. Линейные напряжения на зажимах приемника по (3.17)

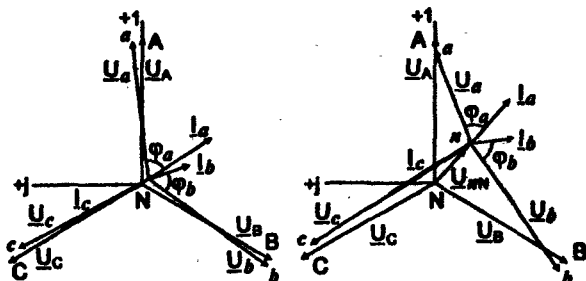


Рис. 3.6

$$\underline{U}_{ab} = \frac{230 \cdot 10,7e^{j38^\circ}}{(8,4 + j6,6) + 3(0,5 + j1,5)} = 165e^{-j10^\circ}.$$

Так как цепь симметрична, система линейных напряжений приемника и система токов также симметричны, поэтому при определении остальных составляющих симметричной системы напряжений приемника или токов можно воспользоваться соотношениями, аналогичными (3.1),

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{ab}e^{-j120^\circ} = 165e^{-j130^\circ}, \quad \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{ab}e^{j120^\circ} = 165e^{j110^\circ}.$$

Действующие значения напряжений  $U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = 165$  В.

3. Фазные токи по (3.16)

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ab} &= \underline{U}_{ab}/\underline{Z}_{ab} = 165e^{-j10^\circ}/10,7e^{j38^\circ} = 15,5e^{-j48^\circ} = \\ &= (10,8 - j11,5). \end{aligned}$$

Система токов также симметрична, поэтому:

$$\underline{I}_{bc} = \underline{I}_{ab}e^{-j120^\circ} = 15,5e^{-j168^\circ} = (-15,2 - j3,2),$$

$$\underline{I}_{ca} = \underline{I}_{ab}e^{j120^\circ} = 15,5e^{j72^\circ} = (4,85 + j14,7).$$

Действующие значения фазных токов  $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 15,5$  А.

4. Линейные токи по (3.14)

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = (10,8 - j11,5) - (4,85 + j14,7) = \\ &= 5,45 - j26,2 = 26,8e^{-j78^\circ}. \end{aligned}$$

В силу симметрии цепи аналогично п. 2 и 3

$$\underline{I}_B = 26,8e^{-j98^\circ}, \quad \underline{I}_C = 26,8e^{j42^\circ}.$$

Действующие значения линейных токов  $I_A = I_B = I_C = 26,8$  А.

5. Падения напряжения на линейных проводах

$$\Delta \underline{U}_A = \underline{I}_A \underline{Z}_{\text{пр}} = 26,8e^{-j78^\circ} \cdot 1,58e^{j71,5^\circ} = 42,3e^{-j6,5^\circ},$$

$$\Delta \underline{U}_B = 42,3e^{-j26,5^\circ}, \quad \Delta \underline{U}_C = 42,3e^{j12,5^\circ}.$$



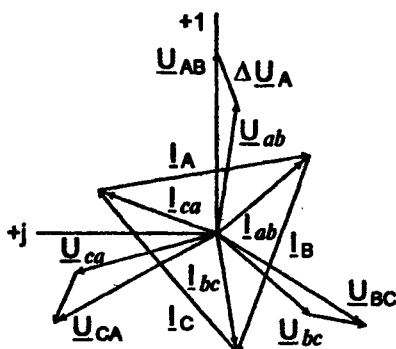


Рис. 3.7

### 6. Потеря напряжения в линии

$$\delta U = U_{AB} - U_{ab} = 230 - 165 = 65 \text{ В.}$$

7. Полная, активная и реактивная мощности приемника по (3.18) и (3.20)

$$\begin{aligned} \underline{S} &= 3\underline{S}_\phi = 3\underline{S}_{ab} = 3\underline{U}_{ab}\underline{I}_{ab}^* = 3 \cdot 165e^{-j10^\circ} \cdot 15,5e^{j48^\circ} = \\ &= 7670e^{j38^\circ} = 6030 + j4740; \end{aligned}$$

$$S = 7670 \text{ В·А; } P = 6030 \text{ Вт; } Q = 4740 \text{ В·Ар.}$$

8. Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рис. 3.7.

3.5.4. Решить задачу 3.5.3 при сопротивлениях фаз приемника  $Z_{ab} = (12 + j16) = 20e^{j53^\circ}$ ,  $Z_{bc} = 20$ ,  $Z_{ca} = (16 - j12) = 20e^{-j37^\circ}$ . Остальные параметры остаются неизменными.

**Решение.**

1. Поскольку приемник несимметричный, целесообразно заменить его эквивалентным, фазы которого соединены звездой, как указано в п. 3.3.

Сопротивления фаз эквивалентного приемника по (3.17)

$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_{ab} \cdot \underline{Z}_{ca}}{\sum \underline{Z}} = \frac{20e^{j53^\circ} \cdot 20e^{-j37^\circ}}{48,2e^{j8^\circ}} = 8,3e^{j11^\circ} =$$

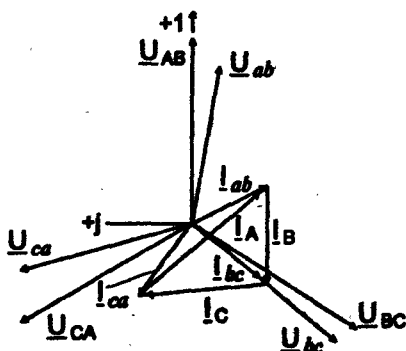


Рис. 3.8

$$= (8,14 + j1,66),$$

где  $\sum \underline{Z} = \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca} = (12 + j16) + 20 + (16 - j16) = 48 + j4 + 48,2e^{5^\circ}$ .

Аналогично находим сопротивления других фаз приемника

$$\underline{Z}_b = 8,3e^{j45^\circ} = (5,5 + j6,2),$$

$$\underline{Z}_c = 8,3e^{-j45^\circ} = (6,2 - j5,5),$$

2. Сопротивления фаз эквивалентной цепи по (3.3) и соответствующие им комплексные проводимости

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_a + \underline{Z}_{\text{вп}} = (8,14 + j1,66) + (0,5 + j1,5) = 8,64 + j3,17 = 9,2e^{j20^\circ},$$

$$\underline{Z}_B = \underline{Z}_b + \underline{Z}_{\text{вп}} = 9,8e^{j52^\circ} \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_C = \underline{Z}_c + \underline{Z}_{\text{вп}} = 7,8e^{-j31^\circ},$$

$$\underline{Y}_A = 1/\underline{Z}_A = 1/9,2e^{j20^\circ} = 0,109e^{-j20^\circ} = (0,102 - j0,037),$$

$$\underline{Y}_B = 1/\underline{Z}_B = 0,102e^{-j52^\circ} = (0,063 - j0,08),$$

$$\underline{Y}_C = 1/\underline{Z}_C = 0,128e^{j31^\circ} = (0,110 + j0,066),$$

Сумма проводимостей  $\sum \underline{Y} = \underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C = 0,28e^{-j11^\circ}$ .

3. Комплексные фазные напряжения  $\underline{U}_{Aa}$ ,  $\underline{U}_{Ba}$ ,  $\underline{U}_{Ca}$  в эквивалентной цепи по (3.8)

$$\begin{aligned}\underline{U}_{Aa} &= \frac{\underline{U}_{AB} Y_A - \underline{U}_{CA} Y_C}{\sum Y} = \frac{230 \cdot 0,109 e^{-j58^\circ} - 230 e^{j120^\circ} \cdot 0,128 e^{j31^\circ}}{0,28 e^{-j11^\circ}} = \\ &= 185 e^{-j25^\circ}.\end{aligned}$$

Аналогично находим  $\underline{U}_{Ba} = 110 e^{-j127^\circ}$ ,  $\underline{U}_{Ca} = 120 e^{j67^\circ}$ .

4. Линейные токи в эквивалентной и реальной цепях по (3.5)

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{U}_{Aa} Y_A = 185 e^{-j25^\circ} \cdot 0,109 e^{-j30^\circ} = \\ &= 20 e^{-j48^\circ} = (13,5 - j15),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_B &= \underline{U}_{Ba} Y_B = 110 e^{-j127^\circ} \cdot 0,102 e^{-j58^\circ} = \\ &= 11,25 e^{-j179^\circ} = -11,25,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_C &= \underline{U}_{Ca} Y_C = 120 e^{j67^\circ} \cdot 0,128 e^{j31^\circ} = \\ &= 15,4 e^{j98^\circ} = (-2 + j15,3).\end{aligned}$$

5. Линейные напряжения на зажимах приемника по (3.15)

$$\underline{U}_{ab} = 230 - 1,58 e^{j71,5^\circ} (13,5 - j15 + 11,25) = 198 e^{-j9^\circ},$$

$$\underline{U}_{bc} = 222 e^{-j127^\circ} \text{ В, } \underline{U}_{ca} = 216 e^{j107^\circ}.$$

Итак, если сопротивление линейных проводов велико и им нельзя пренебречь, то при несимметричной нагрузке система линейных напряжений приемника оказывается также несимметричной.

6. Комплексные токи в фазах приемника по (3.14)

$$\underline{I}_{a\phi} = 198 e^{-j9^\circ} / 20 e^{j53^\circ} = 9,9 e^{-j62^\circ}.$$

Аналогично  $\underline{I}_{b\phi} = 11,1 e^{j127^\circ}$ ,  $\underline{I}_{c\phi} = 10,8 e^{j145^\circ}$ .

7. Фазные полная, активная и реактивная мощности приемника по (3.18)

$$\underline{S}_{\phi\phi} = 198 e^{-j9^\circ} \cdot 9,9 e^{j62^\circ} = 1960 e^{j53^\circ} = 1177 + j1567,$$

$$\underline{S}_{bc} = 222e^{-j127^\circ} \cdot 11,1e^{j127^\circ} = 2464e^{j0^\circ} = 2464,$$

$$\underline{S}_{ca} = 216e^{j106^\circ} \cdot 10,8e^{-j143^\circ} = 2330e^{-j37^\circ} = 1865 - j1400,$$

$$S_{ab} = 1960 \text{ В·А}; P_{ab} = 1177 \text{ Вт}; Q_{ab} = 1567 \text{ В·Ар};$$

$$S_{bc} = 2464 \text{ В·А}; P_{bc} = 2464 \text{ Вт}; Q_{bc} = 0 \text{ В·Ар};$$

$$S_{ca} = 2330 \text{ В·А}; P_{ca} = 1865 \text{ Вт}; Q_{ca} = -1400 \text{ В·Ар};$$

8. Мощность приемника по (3.19)

$$\underline{S} = \sum \underline{S}_\phi = \sum P_\phi + j \sum Q_\phi = 5506 + j167 = 5510e^{j1^\circ};$$

$$S = 5510 \text{ В·А}; P = 5506 \text{ Вт}; Q = 167 \text{ В·Ар};$$

9. Векторная диаграмма показана на рис. 3.8.

Примечание. При расчете трехфазных цепей можно пользоваться и любыми другими методами расчета сложных электрических цепей, например, МКТ, МУП и др.

### 3.6. Задачи

3.6.1. Три одинаковые индуктивные катушки, соединенные звездой, включены в трехфазную сеть с линейным напряжением  $U_\Delta = 380 \text{ В}$ . Активное сопротивление каждой катушки  $R = 16 \text{ Ом}$ , реактивное  $X = 12 \text{ Ом}$ . Найти токи в катушках, активную, реактивную и полную мощности и коэффициент мощности.

Ответ:  $I = 11 \text{ А}; P = 5780 \text{ Вт}; Q = 4330 \text{ В·Ар}; S = 7220 \text{ В·А}; \cos\varphi = 0,8$ .

3.6.2. Решить задачу 3.6.1 при условии, что катушки соединены треугольником.

Ответ:  $I = 19 \text{ А}; S = 21\,660 \text{ В·А}; P = 17\,830 \text{ Вт}; Q = 13\,000 \text{ В·Ар}; \cos\varphi = 0,8$ .

3.6.3. Определить ток в проводах линии, в которую включен трехфазный двигатель (рис. 3.9) с номинальной мощностью  $P_{ном} = 10 \text{ кВт}$ , КПД  $\eta_{ном} = 82\%$  и коэффициентом

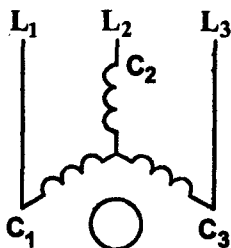


Рис. 3.9

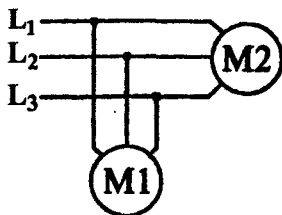


Рис. 3.10

мощности  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,87$ . Линейное напряжение в сети  $U_{\text{л}} = 380$  В. На какое напряжение можно включить двигатель при соединении фаз обмотки статора треугольником и неизменной энергии, потребляемой двигателем?

**Ответ:**  $I = 21,8$  А;  $U_{\text{л}} = 220$  В.

**3.6.4.** Найти общий ток, мощность и коэффициент мощности установки из двух двигателей (рис. 3.10), у которых  $P_{\text{ном1}} = 4,5$  кВт;  $U_{\text{ном1}} = 220$  В;  $\cos\varphi_1 = 0,84$ ;  $\eta_1 = 82\%$ ;  $P_{\text{ном2}} = 10$  кВт;  $U_{\text{ном2}} = 220$  В;  $\cos\varphi_2 = 0,88$ ;  $\eta_2 = 85\%$ .

**Ответ:**  $I = 54$  А;  $S = 19,9$  кВ·А;  $P = 17,25$  кВт;  $Q = 9,88$  кВ·Ар;  $\cos\varphi = 0,867$ .

**3.6.5.** К зажимам генератора (рис. 3.11) с фазным напряжением  $U_{\text{ф}} = 220$  В подключен приемник, соединенный треугольником, каждая фаза которого имеет комплексное сопротивление  $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = (8 + j6)$  Ом. Определить фазные токи генератора, активную, реактивную, полную мощности и построить векторную диаграмму.

**Ответ:**  $I_A = I_B = I_C = 66$  А;  $S = 43,4$  кВ·А;  $P = 34,8$  кВт;  $Q = 26,1$  кВ·Ар.

**3.6.6.** Для электрической цепи (см. рис. 3.11) определить фазные и линейные токи, если линейное напряжение источника  $U_{\text{л}} = 220$  В, а комплексные сопротивления фаз приемника равны  $Z_{ab} = (12 + j16)$  Ом;  $Z_{bc} = 12$  Ом;  $Z_{ca} = (8 + j6)$  Ом. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

**Ответ:**  $I_{ab} = 11$  А;  $I_{bc} = 18,3$  А;  $I_{ca} = 22$  А;  $I_A = 30,8$  А;  $I_B = 17,3$  А;  $I_C = 39,4$  А.

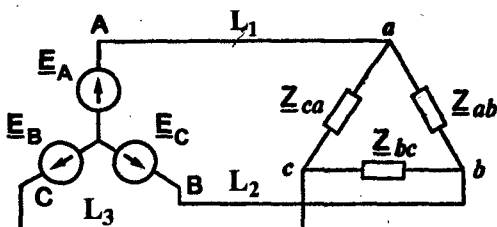


Рис. 3.11

3.6.7. В электрической цепи (см. рис. 3.11) с линейным напряжением  $U_\lambda = 380$  В комплексные фазные сопротивления приемника равны  $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = (8 + j6)$  Ом. Определить фазные и линейные токи для случаев обрыва фазы  $ab$  и обрыва линейного провода  $A-a$ . Построить векторные диаграммы для этих случаев.

Отвеч: 1)  $I_{ab} = 0$ ;  $I_{bc} = I_{ca} = 38$  А;  $I_A = I_B = 38$  А;  $I_C = 66$  А. 2)  $I_{ab} = I_{ca} = 19$  А;  $I_{bc} = 38$  А;  $I_A = 0$ ;  $I_B = I_C = 57$  А.

3.6.8. В трехфазную четырехпроводную сеть (рис. 3.12) с линейным напряжением  $U_\lambda = 220$  В включены резистор с сопротивлением  $R_a = 10$  Ом, индуктивная катушка с комплексным сопротивлением  $\underline{Z}_b = (6 + j8)$  Ом, и конденсатор с комплексным сопротивлением  $\underline{Z}_c = (7 - j24)$  Ом. Определить линейные токи, ток в нейтральном проводе, активную, реактивную и полную мощности.

Отвеч:  $I_a = I_b = 12,7$  А;  $I_c = 5,08$  А;  $I_N = 5,6$  А;  $S = 2840$  В·А;  $P = 2760$  Вт;  $Q = 671$  В·Ар.

3.6.9. Три группы осветительных ламп накаливания мощностью 200 Вт каждая, с номинальным напряжением 220 В соединены звездой с нейтральным проводом (рис. 3.13). В фазе  $a$  включены параллельно  $N = 6$  ламп, в фазе  $b$  — 4 лампы, в фазе  $c$  — 2 лампы. Линейное напряжение в сети  $U_\lambda = 380$  В. Определить сопротивления фаз, фазные токи и ток в нейтральном проводе и построить векторную диаграмму.

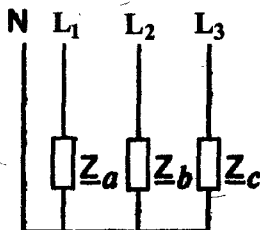


Рис. 3.12

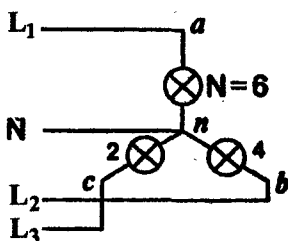


Рис. 3.13

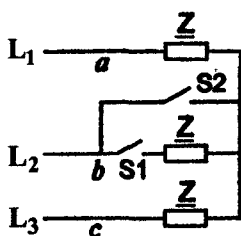


Рис. 3.14

**Ответ:**  $R_a = 40,8 \text{ Ом}$ ;  $R_b = 60,5 \text{ Ом}$ ;  $R_c = 121 \text{ Ом}$ ;  $I_A = 5,45 \text{ А}$ ;  $I_B = 3,64 \text{ А}$ ;  $I_C = 1,82 \text{ А}$ ;  $I_N = 3,14 \text{ А}$ .

**3.6.10.** В трехпроводную сеть с симметричной системой напряжений  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380 \text{ В}$  включен симметричный приемник (рис. 3.14). Сопротивления фаз  $Z = 22e^{j\pi/6}$ . Определить линейные токи, коэффициент мощности, активную, реактивную и полную мощности и построить векторные диаграммы для случаев: а) симметричная нагрузка, когда выключатель S1 замкнут, а S2 разомкнут; б) обрыв фазы b, выключатели S1 и S2 разомкнуты; в) короткое замыкание фазы b, выключатели S1 и S2 замкнуты.

**Ответ:** а)  $I_A = 10 \text{ А}$ ;  $\cos\varphi = 0,867$ ;  $P = 5,72 \text{ кВт}$ ;  $Q = 3,3 \text{ кВ}\cdot\text{А}\cdot\text{р}$ ;  $S = 6,6 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ ; б)  $I_A = I_C = 8,64 \text{ А}$ ;  $I_B = 0$ ;  $\cos\varphi_A = \cos\varphi_C = 0,876$ ;  $S = 3,28 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ ;  $P = 2,85 \text{ кВт}$ ;  $Q = 1,64 \text{ кВ}\cdot\text{А}\cdot\text{р}$ ; в)  $I_A = I_C = 17,3 \text{ А}$ ;  $I_B = 30 \text{ А}$ ;  $\cos\varphi_A = \cos\varphi_B = 0,867$ ;  $S = 13,1 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ ;  $P = 11,4 \text{ кВт}$ ;  $Q = 6,57 \text{ кВ}\cdot\text{А}\cdot\text{р}$ .

**3.6.11.** В трехфазную трехпроводную сеть с линейным напряжением  $U_\Delta = 380 \text{ В}$  включены два симметричных приемника, соединенные звездой (рис. 3.15). Один из них представляет активную нагрузку с сопротивлением фазы  $Z_1 = R_1 = 10$ , другой — активно-индуктивную с сопротивлением фазы  $Z_2 = (3 + j4)$ .

Определить ток в питающей линии, общий коэффициент мощности  $\cos\varphi$  и построить векторную диаграмму.

**Ответ:**  $I = 59,5 \text{ А}$ ;  $\cos\varphi = 0,815$ .

**3.6.12.** В четырехпроводную трехфазную сеть с линейным напряжением  $U_\Delta = 380 \text{ В}$  включены два приемника (рис. 3.16). Один из них соединен звездой и

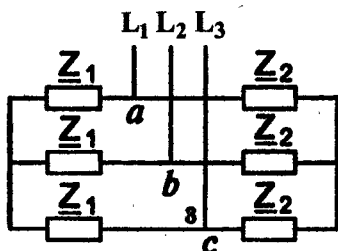


Рис. 3.15

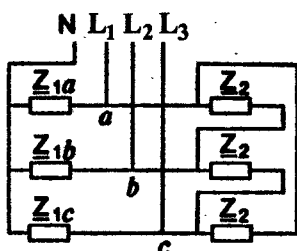


Рис. 3.16

представляет несимметричную активную нагрузку. Мощности отдельных фаз этого приемника равны:  $P_{a1} = 0,55$  кВт;  $P_{b1} = 1,1$  кВт;  $P_{c1} = 2,64$  кВт. Второй приемник соединен треугольником и представляет симметричную активно-индуктивную нагрузку с общей активной мощностью  $P_2 = 3,63$  кВт и коэффициентом мощности  $\cos \varphi_2 = 0,8$ . Определить линейные токи и ток в нейтральном проводе.

**Ответ:**  $I_A = 9$  А;  $I_B = 11,3$  А;  $I_C = 18$  А;  $I_N = 8,5$  А.

3.6.13. К трехфазному генератору с линейным напряжением  $U_\Delta = 380$  В подключен несимметричный приемник, соединенный треугольником и представляющий активную нагрузку. Сопротивление фаз приемника  $R_{a\Delta} = 5$ ,  $R_{b\Delta} = 10$ ,  $R_{c\Delta} = 10$ , сопротивление проводов  $R_{\text{пр}} = 0,5$ . Определить линейные токи.

**Ответ:**  $I_A = I_B = 81,4$  А;  $I_C = 57,4$  А.

3.6.14. К трехпроводной трехфазной сети подключен симметричный приемник, соединенный звездой. Известны мощность  $P = 2,9$  кВт и коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,6$  приемника, напряжения  $U_{a*} = U_{b*} = U_{c*} = 220$  В на его зажимах. Сопротивление линейных проводов  $Z_{\text{лп}} = (0,6 + j1)$ . Определить фазные и линейные напряжения генератора, его полную, активную и реактивную мощности, падение  $\Delta U$  и потерю  $\delta U_\Delta$  напряжения в проводах линии. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

**Ответ:**  $U_\phi = 141,5$  В;  $U_\Delta = 245$  В;  $S = 5,39$  кВ·А;  $P = 3,16$  кВт;  $Q = 4,34$  квар;  $\Delta U = 14,8$  В;  $\delta U_\Delta = 14,7$  В.



## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

### 4.1. Общие положения и формулы

*Машина постоянного тока* (МПТ) — электрическая машина, обмотка якоря которой соединена с электрической сетью постоянного тока с помощью механического (коллектор) или полупроводникового преобразователя частоты. Машины постоянного тока классифицируются: а) по назначению — генераторы (ГПТ) и двигатели (ДПТ) постоянного тока; б) по способам возбуждения (в зависимости от того, как обмотка возбуждения включена по отношению к обмотке якоря): с независимым, параллельным, последовательным, смешанным возбуждением (МПТ имеет одну последовательную и одну параллельную обмотки возбуждения), с постоянными магнитами.

*Номинальный режим* — режим работы МПТ при условиях, для которых она предназначена заводом-изготовителем.

Соответствующие номинальному режиму мощность, напряжение на главных зажимах машины, ток, частота вращения, КПД называются *номинальными* и указываются на заводской табличке (паспорте), прикрепленной к корпусу машины.

*Основные формулы*, описывающие электромагнитные процессы в МПТ как в генераторном, так и двигательном режимах работы, следующие.

*ЭДС якоря* (ЭДС параллельной ветви обмотки якоря)

$$E_a = C_0 \omega \Phi, \quad (4.1)$$

где  $C_0 = \frac{Np}{2\pi a}$  — постоянная,  $N$  — число активных проводников в обмотке якоря,  $p$  — число пар главных

полюсов,  $a$  — число пар параллельных ветвей обмотки якоря,  $\omega = \frac{\pi n}{30}$  — угловая скорость вращения якоря.

*Магнитный поток на полюс*

$$\Phi = B_{\text{ср}} l \tau, \quad (4.2)$$

где  $B_{\text{ср}}$  — среднее значение магнитной индукции в воздушном зазоре под главным полюсом,  $l$  — расчетная длина сердечника якоря,  $\tau$  — полюсное деление (часть окружности якоря, приходящаяся на один полюс).

*Электромагнитная мощность*

$$P_{\text{эм}} = E_{\text{я}} I_{\text{я}} = \omega M_{\text{эм}}. \quad (4.3)$$

*Электромагнитный момент*

$$M_{\text{эм}} = M = C_0 I_{\text{я}} \Phi = \frac{P_{\text{эм}}}{\omega}, \quad (4.4)$$

где  $I_{\text{я}}$  — ток якоря.

*Мощность потерь в МПТ*

$$\sum P_{\text{п}} = P_{\text{пмх}} + P_{\text{пм}} + P_{\text{пв}} + P_{\text{пв}} + P_{\text{пд}}, \quad (4.5)$$

где  $P_{\text{пмх}}$ ,  $P_{\text{пм}}$ ,  $P_{\text{пв}}$  — мощность механических, магнитных (мощность потерь в стали сердечника якоря) и электрических (в обмотке якоря) потерь соответственно, причем  $P_{\text{пв}} = I_{\text{я}}^2 \cdot R_{\text{я}}$ , где  $R_{\text{я}}$  — внутреннее сопротивление цепи якоря;  $P_{\text{пв}} = U_{\text{в}} I_{\text{в}} = I_{\text{в}}^2 R'_{\text{в}}$  — мощность потерь на возбуждение в МПТ с электромагнитным возбуждением, где  $I_{\text{в}}$  и  $U_{\text{в}}$  — ток в цепи возбуждения и напряжение на ее зажимах, а  $R'_{\text{в}}$  — эквивалентное сопротивление этой цепи;  $P_{\text{пд}} = 0,01 P_{\text{ном}} I_{\text{с}}$  — мощность добавочных потерь, а  $I_{\text{с}} = I/I_{\text{ном}}$  — относительное значение тока МПТ.

*Коэффициент полезного действия (КПД)*

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\sum P_{\text{в}}}{P_2 + \sum P_{\text{п}}}, \quad (4.6)$$

где  $P_1$  — мощность энергии, подведенной к МПТ,  $P_2$  — полезная мощность МПТ.

## 4.2. Генераторы постоянного тока. Основные положения и формулы

*Уравнение напряжения генератора*

$$U = E_a - I_a R_a. \quad (4.7)$$

*Полезная электрическая мощность*

$$P_2 = UI, \quad (4.8)$$

где ток генератора

$$I = \begin{cases} I_a - I_b - \text{при параллельном или смешанном возбуждении,} \\ I_a - \text{при других способах возбуждения.} \end{cases}$$

*Мощность подведенной механической энергии*

$$P_1 = \omega M_1 = P_2 + \sum P_{\pi} = \frac{P_2}{\eta}, \quad (4.9)$$

где  $M_1$  — вращающий момент на валу первичного двигателя.

*Характеристики генератора:*

*холостого хода*  $U_0 = E_a = f(I_a)$  при  $I = 0$  и  $n = \text{const}$ ;

*внешняя*  $U = f(I)$  при  $R_a' = R_a + R_{pv} = \text{const}$  и  $n = \text{const}$ ;

*регулирующая*  $I_a = f(I)$  при  $U = \text{const}$  и  $n = \text{const}$ ,  
где  $R_a$  — сопротивление обмотки возбуждения,  $R_{pv}$  — сопротивление регулирующего реостата в цепи возбуждения.

## 4.3. Двигатели постоянного тока. Основные положения и формулы

*Уравнение напряжения*

$$U = E_a + I_a R_a. \quad (4.10)$$

*Уравнение движения*

$$M - (M_0 + M_2) = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (4.11)$$

где  $M_0$  — момент холостого хода, обусловленный магнитными и механическими потерями в двигателе,  $M_2$  — полезный момент на валу,  $J$  — момент инерции вращающихся масс.

В установившемся режиме работы двигателя (при  $n = \text{const}$ )

$$M = (M_0 + M_2) = C_0 I_a \Phi. \quad (4.11, a)$$

*Полезная механическая мощность на валу*

$$P_2 = \omega M_2. \quad (4.12)$$

*Мощность электрической энергии, потребляемой из сети*

$$P_1 = \begin{cases} UI + P_{\text{вв}} - \text{при независимом возбуждении,} \\ UI - \text{при других способах возбуждения,} \end{cases} \quad (4.13)$$

где  $P_{\text{вв}}$  — мощность потерь на возбуждение.

*Ток двигателя*

$$I = \begin{cases} I_a + I_{\text{в}} - \text{при параллельном или смешанном возбуждении,} \\ I_a - \text{при других способах возбуждения.} \end{cases} \quad (4.14)$$

*Ток якоря в установившемся режиме*

$$I_a = \frac{U - E_a}{R_a} = \frac{M_0 + M_2}{C_0 \Phi} = \frac{M_0}{C_0 \Phi} + \frac{M_2}{C_0 \Phi} = I_{0a} + \frac{M_2}{C_0 \Phi}, \quad (4.15)$$

где  $I_{0a}$  — ток якоря в режиме холостого хода.

*Угловая скорость вращения в установившемся режиме*

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{U - I_a R_a}{C_0 \Phi} = \frac{U - I_{0a} R_a}{C_0 \Phi} - R_a \frac{M_2}{(C_0 \Phi)^2} = \\ &= \omega_0 - R_a \frac{M_2}{(C_0 \Phi)^2}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

*Начальный пусковой ток якоря*

$$I_{яп} = \frac{U}{R_{я} + R_{п}}, \quad (4.17)$$

где  $R_{п}$  — сопротивление пускового реостата в момент пуска.

*Начальная кратность пускового тока*

$$I_{п*} = I_{п}/I_{ном}, \quad (4.18)$$

где  $I_{п}$  — пусковой ток.

ЭДС якоря  $E_{я}$ , электромагнитный момент  $M$ , мощность потерь  $\Sigma P_{п}$  и КПД определяют по формулам (4.1), (4.4), (4.5) и (4.6).

#### 4.4. Примеры

**4.4.1.** Определить напряжение на зажимах генератора параллельного возбуждения при номинальном токе  $I_{ном} = 95$  А, если  $C_0 = 126$ , магнитный поток на полюс  $\Phi = 0,0129$  Вб, частота вращения  $n = 1500$  об/мин, сопротивление цепи якоря  $R_{я} = 0,25$  Ом. Ток возбуждения  $I_{в} = 5$  А.

*Решение.*

1. Угловая скорость вращения якоря

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \pi \frac{1500}{30} = 157,1 \text{ с}^{-1}.$$

2. ЭДС якоря

$$E_{я} = C_0 \omega \Phi = 126 \cdot 157,1 \cdot 0,0129 = 255 \text{ В.}$$

3. Напряжение генератора

$$U = E_{я} - I_{я} R_{я} = 255 - (95 + 5) 0,25 = 230 \text{ В.}$$

4. Напряжение двигателя  $U_{я} = E_{я} + I_{я} R_{я} = 255 + (95 - 5) 0,25 = 277,5 \text{ В.}$

**4.4.2.** Характеристика холостого хода ГПТ независимого возбуждения при номинальной частоте вращения 1450 об/мин приведена в таблице 4.1. Сопротивление обмотки возбуждения  $R_{в} = 110$  Ом. Определить ЭДС якоря при номинальной частоте вращения, если обмотка возбуждения подключена параллельно обмотке якоря.

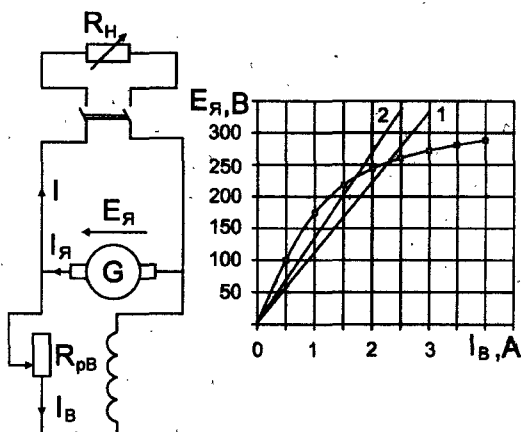


Рис. 4.1

Определить сопротивление регулировочного реостата, который нужно включить в цепь возбуждения, чтобы при той же частоте вращения получить ЭДС  $E_a = 230$  В.

Таблица 4.1

Характеристика холостого хода ГПТ  
при  $n_{\text{ном}} = 1450$  об/мин

$I_{\text{фв}}, \text{A}$	0,6	1,0	1,71	2,6	4,05
$E_a, \text{В}$	115	178	230	260	287

*Решение.*

1. На рис. 4.1 представлены схема включения ГПТ параллельного возбуждения и его характеристика холостого хода, построенная по указанным данным (см. табл. 4.1).

2. Ток в цепи возбуждения в соответствии с электрической схемой (см. рис. 4.1, а)

$$I_{\text{фв}} = \frac{E_a}{R_a + R_{\text{я}} + R_{\text{рв}}} = \frac{E_a}{R_a + R_{\text{рв}}} = \frac{E_a}{R_{\text{а}}'}$$

так как  $R_{\text{я}}$  много больше  $R_a$ . Отсюда следует, что  $E_a = R_{\text{а}}' I_{\text{фв}}$ . Это линейное уравнение называют характеристикой цепи возбуждения. При конкретном сопротивлении

цепи возбуждения ЭДС  $E_a$  будет отвечать точке пересечения характеристики цепи возбуждения с характеристикой холостого хода.

3. ЭДС якоря при отсутствии в цепи возбуждения регулировочного реостата ( $R_{rp} = 0$ ) соответствует точке пересечения характеристики холостого хода с характеристикой  $E_a = 110$  В (характеристика 1) и составляет  $E_a = 255$  В при токе  $I_a = 2,32$  А.

4. В соответствии с характеристикой холостого хода ЭДС  $E_a = 230$  В соответствует току возбуждения  $I_a = 1,71$  А, при этом цепь возбуждения должна иметь сопротивление  $R'_a = \frac{E_a}{I_a} = \frac{230}{1,71} = 134,5$  Ом (характеристика 2).

5. Сопротивление регулировочного реостата, при котором в режиме холостого хода и частоте вращения 1450 об/мин ЭДС якоря  $E_a = 230$  В

$$R_{rp} = R'_a - R_a = 134,5 - 110 = 24,5 \text{ Ом.}$$

4.4.3. Генератор постоянного тока параллельного возбуждения имеет  $P_{ном} = 10$  кВт,  $U_{ном} = 230$  В,  $n_{ном} = 1450$  об/мин, сопротивление обмотки якоря  $R_a = 0,3$  Ом, сопротивление обмотки возбуждения  $R_b = 150$  Ом. Мощность механических, магнитных и добавочных потерь составляет 6% от номинальной мощности. Определить ток генератора, ЭДС якоря и КПД в номинальном режиме, электромагнитный момент и мощность первичного двигателя.

*Решение.*

1. Номинальный ток генератора по (4.7)

$$I_{ном} = \frac{P_{ном}}{U_{ном}} = \frac{10\,000}{230} = 43,5 \text{ А.}$$

2. Ток возбуждения

$$I_b = \frac{U_{ном}}{R_b} = \frac{230}{150} = 1,53 \text{ А.}$$

3. Ток якоря в номинальном режиме

$$I_a_{ном} = I_{ном} + I_b = 43,5 + 1,53 = 45,3 \text{ А.}$$

## 4. ЭДС якоря по (4.1)

$$E_{\text{я}} = U_{\text{ном}} + I_{\text{я ном}} \cdot R_{\text{я}} = 230 + 45 \cdot 0,3 = 243,5 \text{ В.}$$

## 5. Электромагнитная мощность по (4.3)

$$P_{\text{эм}} = E_{\text{я}} I_{\text{я ном}} = 243,5 \cdot 45 = 10\,960 \text{ Вт.}$$

## 6. Электромагнитный момент

$$M_{\text{эм}} = \frac{P_{\text{эм}}}{\omega} = \frac{10\,960}{151,8} = 72,2 \text{ Н·м,}$$

где угловая скорость вращения якоря

$$\omega = \frac{\pi n_{\text{ном}}}{30} = \pi \frac{1450}{30} = 151,8 \text{ с}^{-1}.$$

7. Мощность механических, магнитных и добавочных потерь:

$$P_{\text{лмх}} + P_{\text{лм}} + P_{\text{лд}} = 0,06 P_{\text{ном}} = 0,06 \cdot 10\,000 = 600 \text{ Вт.}$$

## 8. Мощность электрических потерь в цепи якоря

$$P_{\text{пэ}} = I_{\text{я ном}}^2 R_{\text{я}} = 45^2 \cdot 0,3 = 607 \text{ Вт.}$$

9. Мощность электрических потерь в цепи возбуждения:

$$P_{\text{пв}} = I_{\text{в}}^2 R_{\text{в}} = 1,53^2 \cdot 150 = 351 \text{ Вт.}$$

## 10. Мощность потерь в генераторе

$$\Sigma P_{\text{п}} = 600 + 607 + 351 = 1558 \text{ Вт.}$$

## 11. Мощность первичного двигателя

$$P_1 = P_{\text{ном}} + \Sigma P_{\text{п}} = 10\,000 + 1558 = 11\,558 \text{ Вт.}$$

## 12. КПД генератора



$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\sum P_{\pi}}{P_2 + \sum P_{\pi}} = 1 - \frac{1558}{11\,558} = 0,865.$$

4.4.4. Известны номинальные данные двигателя постоянного тока: мощность  $P_{\text{ном}} = 55$  кВт, напряжение  $U_{\text{ном}} = 220$  В, ток  $I_{\text{ном}} = 280$  А, частота вращения  $n_{\text{ном}} = 1500$  об/мин. Сопротивление якорной цепи  $R_{\text{я}} = 0,055$  Ом, ток возбуждения  $I_{\text{в}} = 5$  А. Какие напряжения и мощность можно получить в генераторном режиме работы МПТ при частоте вращения якоря  $n = 1400$  об/мин и тех же значениях тока и магнитного потока.

*Решение.*

1. ЭДС якоря в двигательном режиме по (4.10)

$$E_{\text{яд}} = U_{\text{д ном}} - I_{\text{я ном}} R_{\text{я}} = 220 - (280 + 5) 0,055 = 205 \text{ В.}$$

2. Угловые скорости вращения якоря в двигательном и генераторном режимах работы

$$\omega_{\text{д}} = \frac{\pi n_{\text{д}}}{30} = \pi \frac{1500}{30} = 157,1 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_{\text{г}} = \frac{\pi n_{\text{г}}}{30} = \pi \frac{1400}{30} = 146,6 \text{ с}^{-1};$$

3. ЭДС якоря в генераторном режиме

$$E_{\text{яг}} = \frac{\omega_{\text{г}}}{\omega_{\text{д}}} E_{\text{яд}} = \frac{146,6}{157,1} \cdot 205 = 191,2 \text{ В,}$$

так как по условию задачи магнитный поток не изменяется, поэтому на основании (4.1)

$$C_0 \Phi = \frac{E_{\text{яд}}}{\omega_{\text{д}}} = \frac{E_{\text{яг}}}{\omega_{\text{г}}} = \text{const.}$$

4. Напряжение генератора по (4.7)

$$U_{\text{г}} = E_{\text{яг}} - I_{\text{я ном}} R_{\text{я}} = 191,2 - (280 + 5) \cdot 0,055 = 176 \text{ В.}$$

5. Полезная мощность генератора

$$P_{2\text{г}} = U_{\text{г}} I_{\text{ном}} = 176 \cdot 280 = 49\,200 \text{ Вт} = 49,2 \text{ кВт.}$$

4.4.5. Двигатель параллельного возбуждения, схема включения которого приведена на рис. 4.2, имеет сле-

дующие номинальные данные: мощность  $P_{\text{ном}} = 4,2 \text{ кВт}$ , напряжение  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ , частоту вращения  $n_{\text{ном}} = 1500 \text{ об/мин}$ , КПД  $\eta_{\text{ном}} = 0,78$ . Сопротивление якорной цепи  $R_{\text{я}} = 0,15 \text{ Ом}$ , обмотки возбуждения —  $R_{\text{в}} = 64 \text{ Ом}$ . Определить номинальный ток двигателя и сопротивление пускового реостата, при котором кратность пускового тока равна двум, пусковой момент, частоту вращения и ток в режиме холостого хода. Изменениями магнитного потока и момента холостого хода пренебречь.

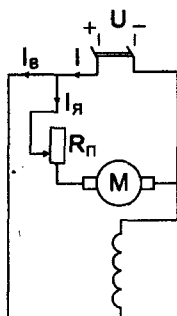


Рис. 4.2.

### Решение.

1. Мощность энергии, потребляемой из сети в номинальном режиме, по (4.6)

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta} = \frac{4200}{0,78} = 5385 \text{ Вт.}$$

2. Номинальный ток ДПТ с учетом схемы включения ( $U_{\text{в}} = U_{\text{ном}}$ ,  $I = I_{\text{я}} + I_{\text{в}}$ )

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{1\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{5385}{220} = 24,5 \text{ А.}$$

3. Ток возбуждения

$$I_{\text{в}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_{\text{в}}} = \frac{220}{64} = 3,44 \text{ А.}$$

4. Номинальный ток якоря

$$I_{\text{я ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в}} = 24,5 - 3,44 = 21 \text{ А.}$$

5. Начальный пусковой ток при заданной начальной кратности

$$I_{\text{п*}} = I_{\text{п}}/I_{\text{ном}} = 2,$$

$$I_{\text{п}} = I_{\text{п*}} I_{\text{ном}} = 2 \cdot 24,5 = 49 \text{ А.}$$

6. Начальный пусковой ток якоря

$$I_{\text{яп}} = I_{\text{п}} - I_{\text{в}} = 49 - 3,44 = 45,6 \text{ А.}$$

7. Начальное сопротивление якорной цепи в момент пуска

$$R_{\text{я}} + R_{\text{п}} = \frac{U_{\text{ном}}}{I_{\text{яп}}} = \frac{220}{45,6} \cong 4,83 \text{ Ом.}$$

8. Сопротивление пускового реостата

$$R_{\text{п}} = (R_{\text{я}} + R_{\text{п}}) - R_{\text{я}} = 4,83 - 0,15 = 4,67 \text{ Ом.}$$

9. Номинальная угловая скорость вращения

$$\omega_{\text{ном}} = \frac{\pi n_{\text{ном}}}{30} = \pi \frac{1500}{30} = 157,1 \text{ с}^{-1}.$$

10. ЭДС якоря при номинальной нагрузке

$$E_{\text{я}} = U_{\text{ном}} - I_{\text{ном}} R_{\text{я}} = 220 - 21 \cdot 0,15 = 217 \text{ В.}$$

11. Постоянная  $C_0 \Phi$  по (4.1) при постоянном магнитном потоке

$$C_0 \Phi = \frac{E_{\text{я}}}{\omega_{\text{ном}}} = \frac{217}{157,1} = 1,38 \text{ Вб.}$$

12. Электромагнитный начальный пусковой момент

$$M_{\text{п}} = C_0 \Phi I_{\text{яп}} = 1,38 \cdot 45,6 = 63 \text{ Н·м.}$$

13. Электромагнитный момент в номинальном режиме

$$M_{\text{ном}} = C_0 \Phi I_{\text{я ном}} = 1,38 \cdot 21 = 29 \text{ Н·м.}$$

14. Полезный вращающий момент на валу

$$M_{2\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}} = \frac{4200}{157,1} = 26,8 \text{ Н·м.}$$

15. Момент холостого хода

$$M_0 = M_{\text{ном}} - M_{2\text{ном}} = 29 - 26,8 = 2,2 \text{ Н·м.}$$

16. Ток якоря в режиме холостого хода по (4.15)

$$I_{0\text{я}} = \frac{M_0}{C_0 \Phi} = \frac{2,2}{1,38} = 1,6 \text{ А.}$$

17. Ток холостого хода двигателя  $I_0 = I_{0a} + I_b = 1,6 + 3,44 \approx 5$  А.

18. Частота вращения в режиме холостого хода

$$n_0 = \frac{30\omega_0}{\pi} = \frac{30 \cdot 159}{\pi} = 1520 \text{ об/мин},$$

где угловая скорость вращения при холостом ходе и номинальном напряжении по (4.16)

$$\omega_0 = \frac{U_{ном} - I_0 R_a}{C_0 \Phi} = \frac{220 - 1,6 \cdot 0,15}{1,38} = 159 \text{ с}^{-1}.$$

#### 4.5. Задачи

4.5.1. Угловая скорость вращения якоря МПТ  $\omega = 157,1 \text{ с}^{-1}$ , число активных проводников обмотки якоря  $N = 496$ , магнитный поток на полюс  $\Phi = 0,00804$  Вб. Найти значения коэффициента  $C_0$  и ЭДС якоря в четырехполюсной машине с простой волновой обмоткой ( $a = 1$ ).

Ответ:  $C_0 = 158$ ,  $E_a = 199,5$  В.

4.5.2. Определить магнитный поток на полюс, необходимый для индуцирования в обмотке якоря машины постоянного тока ЭДС  $E_a = 230$  В при частоте вращения 1500 об/мин, если обмотка якоря четырехполюсной машины имеет четыре параллельные ветви, а число активных проводников в каждой параллельной ветви  $N_a = 42$ .

Ответ:  $\Phi = 0,055$  Вб.

4.5.3. Определить число полюсов машины постоянного тока, если при токе  $I_a = 980$  А электромагнитный момент равен  $M = 1310$  Н·м. Магнитный поток полюса  $\Phi = 0,05$  Вб, обмотка якоря имеет четыре параллельные ветви  $N = 168$  активных проводников.

Ответ:  $2p = 4$ .

4.5.4. Напряжение генератора 230 В, сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,01$  Ом, сопротивление приемника электрической энергии  $R_n = 0,4$  Ом. Определить частоту вращения генератора, если известно, что магнитный поток на полюс  $\Phi = 0,031$  Вб, число эффективных

проводников в обмотке якоря  $N = 304$ , число полюсов и параллельных ветвей одинаковы ( $2p = 2a$ ).

*Ответ:*  $n = 1500$  об/мин.

4.5.5. Номинальная мощность генератора постоянного тока 25 кВт,  $\eta_{\text{ном}} = 86,7\%$ , мощность механических, магнитных и добавочных потерь составляет 4% от номинальной мощности, сопротивление якоря  $R_a = 0,13$  Ом. Определить ток якоря, если мощность потерь в цепи возбуждения составляет 400 Вт.

*Ответ:*  $I_a = 137$  А.

4.5.6. В четырехполюсном генераторе параллельного возбуждения суммарная мощность механических, магнитных и добавочных потерь составляет 800 Вт при номинальной частоте вращения якоря  $n_{\text{ном}} = 1450$  об/мин. Обмотка якоря имеет две параллельные ветви ( $2a = 2$ ) и  $N = 396$  активных проводников, сопротивление якорной цепи  $R_a = 0,25$  Ом. Магнитный поток на полюс  $\Phi = 0,0102$  Вб при токе возбуждения  $I_b = 1,7$  А. Определить напряжение и КПД генератора при токе якоря  $I_a = 100$  А.

*Ответ:*  $U = 170$  В,  $\eta = 0,821$ .

4.5.7. Известны номинальные данные ГПТ параллельного возбуждения: мощность  $P_{\text{ном}} = 100$  кВт, напряжение  $U_{\text{ном}} = 115$  В, частота вращения якоря  $n_{\text{ном}} = 975$  об/мин, КПД  $\eta_{\text{ном}} = 87,7\%$ . Постоянная  $C_0 = 79,6$ , магнитный поток на полюс  $\Phi = 0,0149$  Вб. Ток возбуждения  $I_b = 10$  А. Найти номинальный ток генератора, сопротивление цепи якоря и мощность электрических потерь в нем, полезную механическую мощность и вращающий момент первичного двигателя для привода данного генератора.

*Ответ:*  $I_{\text{ном}} = 870$  А,  $R_a = 0,007$  Ом,  $P_{\text{пз}} = 5,42$  кВт,  $P_{\text{ном}} = 114$  кВт,  $M_{\text{ном}} = 1120$  Н·м.

4.5.8. Двигатель параллельного возбуждения с номинальным напряжением  $U_{\text{ном}} = 220$  В, током  $I_{\text{ном}} = 59,8$  А, частотой вращения  $n_{\text{ном}} = 1500$  об/мин, током возбуждения  $I_{\text{в ном}} = 1,34$  А и КПД  $\eta_{\text{ном}} = 0,8$  эксплуатируют в режиме генератора параллельного возбуждения. Сопротивление якоря  $R_a = 0,183$  Ом. Какую частоту вращения должен иметь первичный двигатель, чтобы

при тех же токе нагрузки и токе возбуждения напряжение на зажимах генератора было  $U = 220$  В.

*Ответ:*  $n = 1659$  об/мин.

4.5.9. В табл. 4.1 (см. 4.4.2) приведена характеристика холостого генератора при независимом возбуждении и частоте вращения 1450 об/мин. Сопротивление обмотки возбуждения при температуре  $20^\circ\text{C}$   $R_{\text{вх}} = 90$  Ом. Определить напряжение холостого хода генератора при параллельном возбуждении без регулировочного реостата в цепи возбуждения при «холодной» ( $20^\circ\text{C}$ ) и «горячей» ( $75^\circ\text{C}$ ) обмотке возбуждения. Каким должно быть сопротивление регулировочного реостата, чтобы при температуре  $75^\circ\text{C}$  получить напряжение холостого хода  $U = 230$  В? Температурный коэффициент для медного провода  $\alpha = 0,004^\circ 1/^\circ\text{C}$ .

*Ответ:*  $U_{0\text{х}} = 260$  В,  $U_{0\text{г}} = 244$  В,  $R_{\text{рв}} = 12,5$  Ом.

4.5.10. Генератор независимого возбуждения (характеристику холостого хода которого см. в табл. 4.1) имеет следующие номинальные данные: мощность  $P_{\text{ном}} = 25$  кВт, напряжение  $U_{\text{ном}} = 230$  В, ток  $I_{\text{ном}} = 109$  А, частоту вращения  $n_{\text{ном}} = 1450$  об/мин, КПД  $\eta_{\text{ном}} = 0,87$ . Ток возбуждения в номинальном режиме  $I_{\text{в ном}} = 2$  А. Построить внешнюю и регулировочную характеристики генератора, пренебрегая реакцией якоря. Найти изменение напряжения генератора при переходе от номинальной нагрузки к режиму холостого хода.

*Ответ:*  $\Delta U = 5,2\%$ .

4.5.11. Магнитный поток на полюс машины постоянного тока  $\Phi = 0,008$  Вб. Постоянный коэффициент  $C_0 = 158$ . При работе в режиме двигателя электромагнитный момент машины  $M = 45$  Н·м при частоте вращения  $n = 1500$  об/мин. Определить напряжение питания двигателя, если сопротивление цепи якоря  $R_{\text{я}} = 0,607$  Ом.

*Ответ:*  $U = 220$  В.

4.5.12. Определить электромагнитный момент и ток якоря двигателя параллельного возбуждения при напряжении  $U = 220$  В и частоте вращения  $n = 1500$  об/мин, если известны сопротивление якоря  $R_{\text{я}} = 0,35$  Ом, постоянный коэффициент  $C_0 = 160$ , магнитный поток на полюс  $\Phi = 0,008$  Вб.

Ответ:  $M = 96,5 \text{ Н·м}$ ,  $I_a = 54,3 \text{ А}$ .

4.5.13. Мощность двигателя постоянного тока  $P_{\text{ном}} = 1,5 \text{ кВт}$ , номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ , номинальный ток  $I_{\text{ном}} = 8,3 \text{ А}$ . Определить КПД, мощность потерь в двигателе и номинальный вращающий момент при частоте вращения  $n = 1500 \text{ об/мин}$ .

Ответ:  $\eta = 82,1\%$ ,  $\Sigma P_{\text{п}} = 326 \text{ Вт}$ ,  $M = 9,55 \text{ Н·м}$ .

4.5.14. Тяговый двигатель постоянного тока последовательного возбуждения при напряжении  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$  и токе якоря  $I_a = 64 \text{ А}$  вращается с частотой  $n = 756 \text{ об/мин}$ . Сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,26 \text{ Ом}$ . Определить ЭДС якоря и электромагнитный момент двигателя. Как изменятся ток и частота вращения якоря при: а) увеличении электромагнитного момента в два раза; б) уменьшении его в два раза. Зависимость магнитного потока от тока возбуждения считать линейной.

Ответ:  $E_a = 203 \text{ В}$ ;  $M = 164 \text{ Н·м}$ ; а)  $M = 328 \text{ Н·м}$ ,  $I_a = 90,5 \text{ А}$ ,  $n = 518 \text{ об/мин}$ ; б)  $M = 82 \text{ Н·м}$ ,  $I_a = 45,3 \text{ А}$ ,  $n = 1100 \text{ об/мин}$ .

4.5.15. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие данные: напряжение  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ , ток  $I_{\text{ном}} = 42 \text{ А}$ , ток возбуждения  $I_b = 2 \text{ А}$ . Рассчитать и построить зависимость КПД от тока якоря, считая, что суммарная мощность механических, магнитных и добавочных потерь остается неизменной и равной  $200 \text{ Вт}$ . Сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,355 \text{ Ом}$ .

Ответ:  $I$ : 20    30    40    60 А  
 $\eta$ : 84,2   86,7   87,3   86,7 %.

4.5.16. Определить начальную кратность пускового тока двигателя постоянного тока с номинальной мощностью  $P_{\text{ном}} = 4,5 \text{ кВт}$  при прямом включении в сеть с напряжением  $220 \text{ В}$ . Сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,25 \text{ Ом}$ , КПД двигателя  $\eta = 85\%$ . Вычислить начальное значение сопротивления пускового реостата при условии снижения начального пускового тока до трехкратного номинального.

Ответ:  $I_{\text{п*}} = 36,7$ ;  $R_{\text{п}} = 2,8 \text{ Ом}$ .

4.5.17. Двигатель параллельного возбуждения с номинальными мощностью  $1,5 \text{ кВт}$  и напряжением  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$  потребляет ток  $I = 8,3 \text{ А}$ . Определить ток хо-

лостого хода двигателя, если сопротивление цепи якоря  $R_a = 3 \text{ Ом}$ , сопротивление цепи возбуждения  $R_b = 722 \text{ Ом}$ , частота вращения якоря  $n = 1500 \text{ об/мин}$ .

*Ответ:*  $I_0 = 0,65 \text{ А}$ .

4.5.18. Известны номинальные данные двигателя параллельного возбуждения:  $P_{\text{ном}} = 4,5 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $n_{\text{ном}} = 1000 \text{ об/мин}$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 81\%$ . Сопротивление цепи возбуждения  $R_b = 137 \text{ Ом}$ . Определить номинальные момент и ток двигателя, токи в цепях якоря и возбуждения.

*Ответ:*  $M = 43 \text{ Н·м}$ ,  $I = 25,25 \text{ А}$ ,  $I_a = 23,65 \text{ А}$ ,  $I_b = 1,6 \text{ А}$ .

4.5.19. Номинальное напряжение двигателя параллельного возбуждения  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ , номинальный ток  $I_{\text{ном}} = 43 \text{ А}$ . Сопротивление якоря  $R_a = 0,39 \text{ Ом}$ . Сопротивление цепи возбуждения  $R_b = 137 \text{ Ом}$ . В режиме холостого хода частота вращения двигателя  $n_0 = 1700 \text{ об/мин}$ , потребляемый ток  $I_0 = 3,5 \text{ А}$ . Определить частоту вращения двигателя при номинальной нагрузке. Реакцией якоря пренебречь.

*Ответ:*  $n = 1580 \text{ об/мин}$ .

4.5.20. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{\text{ном}} = 8 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $n_{\text{ном}} = 1500 \text{ об/мин}$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 80\%$ . Сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,4 \text{ Ом}$ , ток возбуждения  $I_b = 1,7 \text{ А}$ . Определить частоту вращения двигателя при уменьшении тока в два раза. Изменение магнитного потока, обусловленное реакцией якоря, составляет 2%.

*Ответ:*  $n = 1536 \text{ об/мин}$ .

4.5.21. Определить электромагнитный момент и ток якоря двигателя параллельного возбуждения при напряжении  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$  и частоте вращения  $n_{\text{ном}} = 1500 \text{ об/мин}$ , если известны сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,35 \text{ Ом}$ , постоянный коэффициент  $C_0 = 160$ , магнитный поток на полюс  $\Phi = 0,008 \text{ Вб}$ .

*Ответ:*  $M = 69,6 \text{ Н·м}$ ,  $I_a = 54,4 \text{ А}$ .

4.5.22. Двигатель параллельного возбуждения при номинальном напряжении  $220 \text{ В}$  потребляет ток  $I = 33,2 \text{ А}$  и вращается с частотой  $1000 \text{ об/мин}$ . Сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,4 \text{ Ом}$ , сопротивление цепи возбуждения  $R_b = 160 \text{ Ом}$ . Определить частоту вращения и электромагнитный момент двигателя при включении



в цепь якоря дополнительного сопротивления  $R_d = 3$  Ом при условии, что ток якоря и ток возбуждения останутся неизменными.

*Ответ:*  $n = 540$  об/мин,  $M = 63$  Н·м.

**4.5.23.** Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные: мощность  $P_{\text{ном}} = 1,5$  кВт, напряжение  $U_{\text{ном}} = 220$  В, ток  $I_{\text{ном}} = 87$  А, частоту вращения  $n_{\text{ном}} = 1500$  об/мин. Сопротивление цепи якоря  $R_a = 3$  Ом, сопротивление цепи возбуждения  $R_b = 574$  Ом. Определить полезный момент на валу и КПД двигателя в номинальном режиме. Как изменятся полезная мощность, ток, частота вращения и КПД двигателя при неизменном полезном моменте, если в цепь якоря включить реостат с сопротивлением  $R_d = 3$  Ом. Мощность механических, магнитных и добавочных потерь считать постоянными.

*Ответ:*  $M_{\text{ном}} = 9,55$  Н·м;  $\eta_{\text{ном}} = 78,4\%$ ;  $P_2 = 988,5$  Вт;  $I = 8,7$  А;  $n = 988$  об/мин;  $\eta = 51,6\%$ .

**4.5.24.** Двигатель параллельного возбуждения с номинальной мощностью 55 кВт, номинальным напряжением  $U_{\text{ном}} = 220$  В и  $\eta_{\text{ном}} = 89\%$  имеет сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,04$  Ом и сопротивление цепи возбуждения  $R_b = 54$  Ом. Какое сопротивление должен иметь реостат, включенный в цепь якоря, чтобы при неизменных номинальном моменте на валу и токе возбуждения частота вращения двигателя уменьшилась в два раза?

*Ответ:*  $R_d = 0,377$  Ом.

**4.5.25.** Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения включен в сеть с напряжением 220 В. Частота вращения двигателя 1500 об/мин, ток 14 А. Сопротивление цепи якоря  $R_a = 1,7$  Ом. Определить ЭДС якоря, электромагнитный момент двигателя, мощность потребляемой энергии и электрических потерь.

*Ответ:*  $E_a = 196$  В,  $M = 17,5$  Н·м,  $P_1 = 3,1$  кВт,  $P_{\text{пв}} = 333$  Вт.

**4.5.26.** Двигатель последовательного возбуждения при напряжении  $U_{\text{ном}} = 220$  В вращается с частотой  $n = 900$  об/мин и развивает момент на валу  $M = 250$  Н·м. Сопротивление якоря  $R_a = 0,174$  Ом, КПД  $\eta = 90\%$ . Вычислить полезную мощность двигателя, ЭДС, ток якоря и мощность электрических потерь.

**Ответ:**  $P_2 = 23,55$  кВт;  $I_a = 119$  А;  $E_a = 199$  В;  $P_{\text{в}} = 2,46$  кВт.

**4.5.27.** Двигатель последовательного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $U_{\text{ном}} = 220$  В;  $I_{\text{ном}} = 50$  А;  $M_{\text{ном}} = 60$  Н·м;  $n_{\text{ном}} = 1500$  об/мин;  $\eta_{\text{ном}} = 0,857$ . Сопротивление цепи якоря  $R_a = 0,2$  Ом. Определить частоту вращения, полезную мощность и КПД двигателя при неизменном моменте на валу, если: а) в цепь якоря включить реостат с сопротивлением  $R_d = 0,8$  Ом; б) понизить напряжение до 180 В.

**Ответ:** а)  $n_{\text{ном}} = 1215$  об/мин;  $P_2 = 7630$  Вт;  $\eta = 69,4\%$ ; б)  $n_{\text{ном}} = 1215$  об/мин;  $P_2 = 7630$  Вт;  $\eta = 84,8\%$ .

**4.5.28.** Определить ток и частоту вращения ДПТ последовательного возбуждения с номинальным напряжением  $U_{\text{ном}} = 220$  В, током  $I_{\text{ном}} = 65$  А и частотой вращения  $n_{\text{ном}} = 750$  об/мин, если при неизменном моменте сопротивления на валу напряжение на зажимах двигателя уменьшить в два раза. Сопротивление якоря  $R_a = 0,2$  Ом.

**Ответ:**  $I = 65$  А;  $n = 351$  об/мин.

**4.5.29.** Двигатель параллельного возбуждения включен в сеть с напряжением 220 В. Ток двигателя  $I = 500$  А, ток возбуждения  $I_a = 4,3$  А. Сопротивление якоря  $R_a = 0,011$  Ом. Определить мощность и напряжение на зажимах машины при ее работе в режиме генератора, если частота вращения и токи в обмотках якоря и возбуждения останутся неизменными.

**Ответ:**  $P = 103$  кВт;  $U = 210$  В.

**4.5.30.** Известны номинальные данные двигателя параллельного возбуждения: мощность  $P_{\text{ном}} = 8$  кВт, напряжение  $U_{\text{ном}} = 220$  В, ток  $I_{\text{ном}} = 43,5$  А, частота вращения  $n_{\text{ном}} = 1500$  об/мин и КПД  $\eta_{\text{ном}} = 83,6\%$ . Сопротивление обмотки якоря  $R_a = 0,375$  Ом, сопротивление цепи возбуждения  $R_b = 110$  Ом. Рассчитать и построить рабочие характеристики двигателя. Мощность механических, магнитных и добавочных потерь считать неизменными. Реакцией якоря пренебречь.

## 4.6. Контрольные задания

Задаваясь различными значениями момента  $M_2$ , рассчитать и построить в относительных единицах рабочие характеристики двигателя постоянного тока параллельного возбуждения с номинальным напряжением 220 В. Определить сопротивление пускового реостата при заданной кратности пускового тока. Реакцией якоря пренебречь. Данные для расчета приведены в таблице 4.2.

Т а б л и ц а 4.2

№ п/п	$P_{\text{ном}},$ кВт	$I_{\text{ном}},$ А	$R_{\text{я}},$ Ом	$R_{\text{в}},$ Ом	$I_{\text{п}}^*$	№ п/п	$P_{\text{ном}},$ кВт	$I_{\text{ном}},$ А	$R_{\text{я}},$ Ом	$R_{\text{в}},$ Ом	$I_{\text{п}}^*$
$n_{\text{ном}} = 3000 \text{ об/мин}$						$n_{\text{ном}} = 1000 \text{ об/мин}$					
1	1,5	9	2,72	744	2	26	1,5	9,3	3,97	369	2
2	2,2	12,5	1,35	883	2	27	2,2	13,3	2,36	321	2
3	3,0	16,5	0,856	353	2	28	3,0	17,1	1,44	222	2
4	4,0	21,6	0,459	335	2	29	4,0	22,4	0,884	243	2
5	5,5	30,2	0,484	370	2	30	5,5	30	0,660	209	2
6	7,5	44,1	0,270	180	1,8	31	7,5	40,3	0,528	179	1,8
7	11	59	0,183	220	1,8	32	11	69,3	0,434	119	1,8
8	15	79,3	0,099	125	1,8	33	15	84	0,350	151	1,8
9	18,5	96	0,098	137	1,8	34	18,5	102	0,216	135	1,8
10	22	112,5	0,065	127	1,8	35	22	117	0,116	56,5	1,8
11	30	157,5	0,064	85	1,8	36	30	160	0,097	50	1,8
12	45	230	0,045	94	1,8	37	37	193	0,078	68	1,8
$n_{\text{ном}} = 1500 \text{ об/мин}$						38	45	235	0,076	68	1,8
13	1,5	8,7	3,30	583	2	39	55	286	0,048	53	1,5
14	2,2	12	1,50	440	2	40	75	385	0,032	45,5	1,5
15	3,0	17,2	1,40	260	2	41	90	460	0,022	39	1,5
16	4,0	26,7	1,08	300	2	42	110	562	0,021	39	1,5
17	5,5	30,5	0,633	174	2	43	132	667	0,021	34	1,5
18	7,5	40,8	0,370	198	1,8	$n_{\text{ном}} = 750 \text{ об/мин}$					
19	11	59,5	0,257	175	1,8	44	15	85	0,355	129	1,8
20	15	79	0,173	220	1,8	45	18,5	100	0,220	103	1,8
21	18,5	100	0,179	108	1,8	46	22	120	0,148	61,5	1,8
22	22	116	0,122	94	1,8	47	30	158	0,080	44,5	1,5
23	30	156	0,106	134	1,5	48	45	240	0,071	53	1,5
24	45	233	0,068	110	1,5	49	55	286	0,046	45,5	1,5
25	55	287	0,036	50	1,5	50	75	387	0,032	45,5	1,5

## ТРАНСФОРМАТОРЫ

### 5.1. Основные положения и формулы

**Трансформатор** — это статическое электромагнитное устройство, имеющее две или большее число индуктивно связанных обмоток и предназначенное для преобразования посредством электромагнитной индукции одной или нескольких систем переменных токов и напряжений в одну или несколько других систем переменных токов и напряжений, как правило, той же частоты.

**Первичная обмотка** трансформатора с числом витков  $w_1$  — обмотка трансформатора, включаемая в электрическую сеть переменного тока.

**Вторичная обмотка** трансформатора с числом витков  $w_2$  — обмотка трансформатора, к которой подключают приемник электрической энергии.

В повышающих трансформаторах первичная обмотка является обмоткой низшего напряжения (НН), а вторичная — обмоткой высшего напряжения (ВН), в понижающих трансформаторах — наоборот.

**Номинальные данные** трансформатора: полная мощность  $S_{ном}$ , линейные напряжения первичной  $U_{1л ном}$  и вторичной  $U_{2л ном}$  обмоток и токи  $I_{1 ном}$  и  $I_{2 ном}$  в них, КПД  $\eta_{ном}$ , частота сети  $f$ , их приводят на заводском щитке (паспорте). Там же указывают значения тока холостого хода  $I_0$  в первичной обмотке в процентах от  $I_{1л ном}$  и напряжение испытательного короткого замыкания  $u_k$  в процентах от  $U_{1л ном}$ . Для многофазных трансформаторов указывают схемы соединения обмоток и группу соединения, например, для трехфазного двухобмоточного трансформатора

может быть записано  $Y/Y - 0$  или  $Y/\Delta - 11$ , где цифра означает группу соединения.

Под номинальной мощностью понимают полную мощность трансформатора.

Для однофазных

$$S_{\text{ном}} = U_{1\text{ном}} I_{1\text{ном}} = U_{1\lambda \text{ ном}} I_{1\lambda \text{ ном}};$$

для трехфазных

$$S_{\text{ном}} = 3U_{1\text{ном}} I_{1\text{ном}} = \sqrt{3} U_{1\lambda \text{ ном}} I_{1\lambda \text{ ном}},$$

где  $U_{1\text{ном}}$  и  $I_{1\text{ном}}$  — фазные напряжение и ток в первичной обмотке.

Номинальное вторичное напряжение — это напряжение на зажимах вторичной обмотки в режиме холостого хода трансформатора (при  $I_2 = 0$ ), для фазных напряжений

$$U_{2\text{ном}} = U_{20}.$$

За номинальный вторичный ток условно принимают ток, рассчитанный по номинальной мощности при номинальном вторичном напряжении.

Для однофазного трансформатора

$$I_{2\text{ном}} = I_{2\lambda \text{ ном}} = S_{\text{ном}}/U_{2\text{ном}};$$

для трехфазного трансформатора

$$I_{2\lambda \text{ ном}} = S_{\text{ном}}/\sqrt{3} U_{2\lambda \text{ ном}} — \text{линейный ток};$$

$$I_{2\text{ном}} = S_{\text{ном}}/3U_{2\text{ном}} — \text{фазный ток}.$$

ЭДС, индуцированная в первичной и вторичной обмотках основным (главным) магнитным потоком, замыкающимся по магнитопроводу,

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= -w_1 \frac{d\Phi}{dt} = \sqrt{2} E_1 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \\ e_2 &= -w_2 \frac{d\Phi}{dt} = \sqrt{2} E_2 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

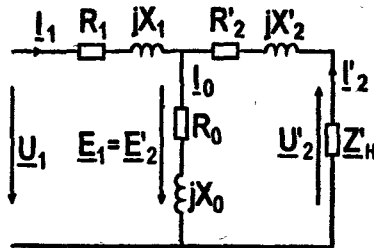


Рис. 5.1

где  $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$  — основной магнитный поток.

Действующие и комплексные значения ЭДС, индуцированные основным магнитным потоком,

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 4,44f\omega_1\Phi_m, & \underline{E}_1 &= -j4,44f\omega_1\Phi_m, \\ E_2 &= 4,44f\omega_2\Phi_m, & \underline{E}_2 &= -j4,44f\omega_2\Phi_m. \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

ЭДС рассеяния в первичной и вторичной обмотках

$$\underline{E}_{1\text{рас}} = -jX_1 I_1, \quad E_{2\text{рас}} = -jX_2 I_2, \quad (5.3)$$

где  $X_1 = 2\pi f L_{1\text{рас}} = \omega L_{1\text{рас}}$  и  $X_2 = 2\pi f L_{2\text{рас}} = \omega L_{2\text{рас}}$  — индуктивные сопротивления, а  $L_{1\text{рас}}$  и  $L_{2\text{рас}}$  — индуктивности первичной и вторичной обмоток, обусловленные магнитными потоками рассеяния.

Коэффициент трансформации

$$n = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} \cong \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{2\text{н}}}. \quad (5.4)$$

Схема замещения приведенного однофазного (одной фазы трехфазного) двухобмоточного трансформатора показана на рис. 5.1. Здесь  $R_1$  и  $X_1$  — активное сопротивление и индуктивное сопротивление рассеяния первичной обмотки;  $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$  — комплексное сопротивление первичной обмотки;  $\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_2$  — то же приведенной вторичной обмотки;  $R_0$  и  $X_0$  — активное и индуктивное сопротивления ветви намагничивания,  $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$  — ее комплексное сопротивление, причем  $Z_0 \gg \gg Z_1$ .

Связь между параметрами вторичной обмотки реального и приведенного трансформаторов

$$E'_2 = nE_2 = E_1, \quad U'_2 = nU_2,$$

$$I'_2 = \frac{1}{n} I_2, \quad (5.5)$$

$$R'_2 = n^2 R_2, \quad X'_2 = n^2 X_2, \quad Z'_2 = n^2 Z_2,$$

где  $E_2$ ,  $U_2$ ,  $I_2$ ,  $R_2$ ,  $X_2$  — параметры вторичной обмотки реального трансформатора, а  $Z_2$  — полное фазное сопротивление нагрузки.

Уравнения напряжений и токов приведенного трансформатора

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= -E_1 + I_1 Z_1 = -E_1 + I_1 (R_1 + jX_1), \\ U_2 &= E_2 - I_2 Z_2 = E_2 - I_2 (R'_2 + jX'_2), \\ I_1 &= I_0 + (-I_2), \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

где  $I_0$  — ток холостого хода, равный

$$I_0 = \frac{U_{1\text{ном}}}{Z_1 + Z_2} = \frac{-E_1}{Z_2} = \frac{-E'_2}{Z'_2}, \quad (5.7)$$

а  $-I'_2 = -\frac{1}{n} I_2$  — составляющая тока  $I_1$ , обусловленная током во вторичной обмотке.

Ток в нагрузке реального и приведенного трансформаторов

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_2}; \quad I'_2 = \frac{U'_2}{Z'_2}. \quad (5.8)$$

Коэффициент загрузки (нагрузки) трансформатора:

$$\beta = \frac{I_2}{I_{2\text{ном}}} = \frac{I'_2}{I'_{2\text{ном}}}. \quad (5.9)$$

Сопротивление короткого замыкания трансформатора

$$\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = R_\Sigma + jX_\Sigma = Z_\Sigma e^{j\alpha_\Sigma}, \quad (5.10)$$

где  $Z_\Sigma = \sqrt{R_\Sigma^2 + X_\Sigma^2}$  — полное сопротивление короткого замыкания,

$R_k = R_1 + R'_2$  и  $X_k = X_1 + X'_2$  — активная и индуктивная составляющие этого сопротивления,

$$\varphi_k = \arctg \frac{X_k}{R_k} \text{ — аргумент } Z_k.$$

Схему замещения обычно считают симметричной, полагая в ней

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}'_2 = \frac{Z_k}{2}; \quad R_1 = R'_2 = \frac{R_k}{2}; \quad X_1 = X'_2 = \frac{X_k}{2}. \quad (5.11)$$

*Напряжение испытательного короткого замыкания и его составляющие в процентах от номинального*

$$\left. \begin{aligned} u_k &= \frac{U_{1k}}{U_{1ном}} 100\% = \frac{I_{1ном} Z_k}{U_{1ном}} 100\%, \\ u_{ка} &= u_k \cos \varphi_k = \frac{I_{1ном} R_k}{U_{1ном}} 100\%, \\ u_{кр} &= u_k \sin \varphi_k = \frac{I_{1ном} X_k}{U_{1ном}} 100\%. \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

*Потеря напряжения в трансформаторе:*

а) в процентах от номинального

$$\begin{aligned} \Delta u &= \beta (u_{ка} \cos \varphi_2 + u_{кр} \sin \varphi_2) = \\ &= \beta u_k \cos(\varphi_k - \varphi_2); \end{aligned} \quad (5.13, a)$$

б) в относительных единицах

$$\Delta u_* = \frac{\Delta u}{100} = \frac{1}{100} \beta u_k \cos(\varphi_k - \varphi_2), \quad (5.13, б)$$

где  $\cos \varphi_2$  — коэффициент мощности приемника.

*Внешняя характеристика*  $U_2 = f(\beta)$  при  $U_{1ном} = \text{const}$ ,  $f = \text{const}$  и  $\cos \varphi_2 = \text{const}$

$$U_2 = U_{2ном} (1 - \Delta u_*), \quad (5.14, a)$$

или в относительных единицах

$$U_{2*} = \frac{U_2}{U_{2ном}} = (1 - \Delta u_*). \quad (5.14, б)$$



*Мощность потерь в режиме холостого хода ( $I_2 = 0$ ) при  $U_{\text{ном}} = \text{const}$  и  $f = \text{const}$ :*

а) в однофазном трансформаторе

$$P_0 = U_{\text{ном}} I_0 \cos \varphi_0 = I_0^2 (R_1 + R_0) \cong I_0^2 R_0; \quad (5.15, \text{ а})$$

б) в трехфазном трансформаторе

$$P_0 = 3U_{\text{ном}} I_0 \cos \varphi_0 = 3I_0^2 (R_1 + R_0) \cong 3I_0^2 R_0. \quad (5.15, \text{ б})$$

*Мощность потерь в режиме испытательного короткого замыкания ( $Z_{\text{н}} = 0$ ) при  $I_{\text{ном}} = \text{const}$  и  $f = \text{const}$ :*

а) в однофазном трансформаторе

$$P_{\text{к}} = U_{\text{к}} I_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{к}} = I_{\text{ном}}^2 R_{\text{к}}; \quad (5.16, \text{ а})$$

б) в трехфазном трансформаторе

$$P_{\text{к}} = 3U_{\text{к}} I_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{к}} = 3I_{\text{ном}}^2 R_{\text{к}}. \quad (5.16, \text{ б})$$

*Мощность потерь в трансформаторе*

$$\sum P_{\text{п}} = P_0 + \beta^2 R_{\text{к}}. \quad (5.17)$$

*КПД трансформатора*

$$\eta = 1 - \frac{P_0 + \beta^2 P_{\text{к}}}{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_{\text{к}}}. \quad (5.18)$$

*Максимальное значение КПД*

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{2P_0}{\beta_{\text{опт}} S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 + 2P_0}, \quad (5.19)$$

где  $\beta_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{к}}}}$  — оптимальный коэффициент загрузки трансформатора.

## 5.2. Примеры

**5.2.1.** Первичное напряжение трансформатора  $U_1 = 230$  В, вторичное  $U_2 = 5770$  В. Для определения чисел витков первичной и вторичной обмоток трансформатора на сердечнике намотали дополнительную обмотку с числом витков  $w_d = 20$ . В режиме холостого хода напряжение на зажимах дополнительной обмотки  $U_d = 140$  В. Определить число витков первичной и вторичной обмоток и амплитудное значение главного магнитного потока, если частота сети 50 Гц.

*Решение.*

1. В режиме холостого хода  $U_d = E_d$ ,  $U_2 = E_2$ ,  $U_1 \cong E_1$ .

2. ЭДС, индуцируемая в одном витке,  $E_{d,1} = E_d/w_d = 140/20 = 7$  В.

3. Число витков первичной и вторичной обмоток трансформатора

$$w_1 = \frac{E_1}{E_{d,1}} \cong \frac{E_1}{E_{d,1}} = \frac{230}{7} = 33; \quad w_2 = \frac{E_2}{E_{d,1}} = \frac{5770}{7} = 825.$$

4. Амплитудное значение главного магнитного потока по (5.2)

$$\Phi_m = \frac{E_d}{4,44fw_d} = \frac{140}{4,44 \cdot 50 \cdot 20} = 0,0315 \text{ Вб.}$$

**5.2.2.** Однофазный трансформатор работает в режиме холостого хода. Напряжение сети  $U_1 = 5000$  В, мощность потерь  $P_0 = 1400$  Вт при токе  $I_0 = 2$  А. Определить коэффициент мощности в режиме холостого хода, полное сопротивление первичной цепи и его активную и индуктивную составляющие.

*Решение.*

1. Коэффициент мощности на основании (5.15):

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{U_1 I_0} = \frac{1400}{5000 \cdot 2} = 0,14.$$

2. Полное, активное и индуктивное сопротивления первичной цепи согласно схеме замещения (см. рис. 5.1)

$$|Z_1 + Z_0| = Z_{10} = \frac{U_1}{I_0} = \frac{5000}{2} = 2500 \text{ Ом},$$

$$R_{10} = R_1 + R_0 = \frac{P_0}{I_0^2} = \frac{1400}{2^2} = 350 \text{ Ом},$$

$$X_{10} = X_1 + X_0 \cong \sqrt{Z_{10}^2 - R_{10}^2} = 2475 \text{ Ом}.$$

**5.2.3.** К вторичным зажимам понижающего однофазного трансформатора с коэффициентом трансформации  $n = 852/284 = 3$  подключен приемник электрической энергии с сопротивлением  $Z_n = 29,3 + j22 = 36,64 \cdot e^{j36,9^\circ}$ . Ток во вторичной цепи  $I_{2\text{ном}} = 3$  А. Частота сети 50 Гц. Сопротивления первичной и вторичной обмоток и цепи намагничивания  $Z_1 = 11,1 + j19,4 = 22,35 \cdot e^{j60,7^\circ}$ ,  $Z_2 = 2 + j3 = 3,61 \cdot e^{j56,3^\circ}$ ,  $Z_0 = 360 + j3600 = 3618 \cdot e^{j84,3^\circ}$ . Пользуясь схемой замещения трансформатора (см. рис. 5.1) определить номинальные первичное  $U_{1\text{ном}}$  и вторичное  $U_{2\text{ном}}$  напряжения, ЭДС  $E_1$  и  $E_2$ , ток холостого хода  $I_0$ , номинальный ток в первичной обмотке  $I_{1\text{ном}}$  и номинальную мощность трансформатора, его КПД,  $\cos\phi_1$  первичной цепи.

*Решение.*

1. Приняв  $I_{2\text{ном}} = 3$  А чисто вещественным, находим комплексное вторичное напряжение трансформатора по (5.8)

$$U_2 = I_{2\text{ном}} Z_n = 3 \cdot 36,64 \cdot e^{j36,9^\circ} = 110 \cdot e^{j36,9^\circ}.$$

Действующее значение вторичного напряжения  $U_2 = 110$  В.

2. Приведенные значения тока, напряжения и сопротивления вторичной обмотки по (5.5)

$$I'_{2\text{ном}} = \frac{1}{n} I_{2\text{ном}} = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 \text{ А}; \quad U'_2 = n U_2 = 330 \cdot e^{j36,9^\circ} \text{ В},$$

$$Z'_2 = n^2 Z_2 = 9 \cdot 3,61 \cdot e^{j56,3^\circ} = 32,5 \cdot e^{j56,3^\circ} = (18 + j27).$$

3. ЭДС  $E_1$  и  $E'_2$ , индуцированные основным магнитным потоком, в соответствии с уравнениями (5.5) и (5.6)

$$\underline{E}_1 = \underline{E}'_2 = \underline{U}'_2 + I'_{2\text{ном}} \underline{Z}'_2 = 330 \cdot e^{j33,9^\circ} + 1 \cdot 32,5 \cdot e^{j56,3^\circ} = 361 \cdot e^{j38,6^\circ}.$$

Действующие значения ЭДС  $E_1 = E'_2 = 361$  В.

4. ЭДС  $E_2$  реального трансформатора по (5.5)

$$E_2 = \frac{E'_2}{n} = \frac{361}{3} = 120 \text{ В.}$$

5. Номинальное вторичное напряжение в соответствии с определением

$$U_{2\text{ном}} = U_{20} = E_2 = 120 \text{ В.}$$

6. Ток холостого хода по (5.7)

$$\underline{I}_0 = \frac{-\underline{E}_1}{\underline{Z}_0} = -\frac{361 \cdot e^{j38,6^\circ}}{3618 \cdot e^{j84,3^\circ}} \approx 0,1 \cdot e^{j134,3^\circ}.$$

7. Номинальный ток и напряжение первичной обмотки по (5.6)

$$\underline{I}_{1\text{ном}} = \underline{I}_0 + (-\underline{I}'_{2\text{ном}}) = 0,1 \cdot e^{j134,3^\circ} - 1 = 1,07 \cdot e^{j176^\circ},$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1\text{ном}} &= -\underline{E}_1 + \underline{I}_{1\text{ном}} \underline{Z}_1 = -361 \cdot e^{j38,6^\circ} + 1,07 \cdot e^{j176^\circ} \times \\ &\times 22,35 \cdot e^{j60,3^\circ} = 383 \cdot e^{j140,3^\circ}. \end{aligned}$$

8. Номинальная мощность трансформатора

$$S_{\text{ном}} = U_{1\text{ном}} I_{1\text{ном}} = 380 \cdot 1,07 \approx 407 \text{ В·А.}$$

9. Сопротивление короткого замыкания по (5.10)

$$\begin{aligned} \underline{Z}_\kappa &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = R_\kappa + jX_\kappa = \\ &= (11,1 + j19,4) + (18 + j27) = (29,1 + j46,4) \text{ Ом.} \end{aligned}$$

## 10. Мощность потерь короткого замыкания

$$P_k = I_{\text{ном}}^2 R_k = 1,07^2 \cdot 29,1 = 33,4 \text{ Вт.}$$

## 11. Мощность потерь холостого хода

$$P_0 = I_0^2 (R_0 + R_1) = 0,1^2 (360 + 11) = 3,7 \text{ Вт.}$$

## 12. Коэффициент мощности приемника

$$\cos \varphi_2 = \cos(36,9^\circ) = 0,8, \text{ так как } \varphi_2 = \psi_{U_2} - \psi_{I_2} = -36,9 - 0 = -36,9^\circ.$$

13. КПД трансформатора по (5.17) при  $\beta = 1$ 

$$\eta = 1 - \frac{P_0 + P_k}{S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + P_k} = 1 - \frac{3,7 + 33,4}{407 \cdot 0,8 + 3,7 + 33,4} = 0,898.$$

14. Сдвиг фаз между  $U_{\text{ном}}$  и  $I_{\text{ном}}$  и коэффициент мощности первичной цепи:

$$\varphi = \psi_{U_1} - \psi_{I_1} = -140,3^\circ - 176^\circ = -316,3^\circ = 43,7^\circ,$$

$$\cos \varphi_1 = \cos 43,7^\circ = 0,72^\circ.$$

15. Комплексный основной магнитный поток  $\Phi_m$  при частоте  $f = 50$  Гц и числе витков первичной обмотки  $w_1 = 852$  в соответствии с (5.2)

$$\Phi_m = -\frac{E_1}{j4,44/w_1} = -\frac{361 \cdot e^{j88,6}}{j4,44 \cdot 50 \cdot 852} = 0,2 \cdot 10^{-2} e^{j128,6}.$$

На основании системы уравнений (5.6) по найденным значениям магнитного потока, токов, напряжений и ЭДС в случае необходимости может быть построена векторная диаграмма трансформатора.

5.2.4. В каталоге для однофазного двухобмоточного трансформатора типа ОДГ-10500/110 указаны: мощность  $S_{\text{ном}} = 10\,500$  кВ·А, высшее  $U_{\text{нн}} = 121$  кВ и низшее  $U_{\text{нн}} = 11$  кВ напряжения, ток холостого хода  $I_{0\%} = 3,3\%$ , напряжение короткого замыкания  $u_k = 10,5\%$ ,

мощность потерь холостого хода  $P_0 = 29,5$  кВт и короткого замыкания  $P_k = 81,5$  кВт. Определить параметры схемы замещения, мощность потерь в обмотках, КПД, потерю напряжения и вторичное напряжение в номинальном режиме работы при коэффициенте мощности приемника  $\cos \varphi_2 = 0,8$  ( $\varphi_2 > 0$ ), если трансформатор понижающий. Определить оптимальный коэффициент загрузки трансформатора и максимальное значение КПД.

*Решение.*

1. Номинальные первичное и вторичное напряжения для понижающего трансформатора равны:  $U_{1ном} = U_{нн} = 121$  кВ,  $U_{2ном} = U_{нн} = 11$  кВ.

2. Действующие значения токов в первичной и вторичной обмотках

$$I_{1ном} = \frac{S_{ном}}{U_{1ном}} = \frac{10\,500}{121} = 86,8 \text{ А}; \quad I_{2ном} = \frac{10\,500}{11} = 954,5 \text{ А}.$$

3. Действующее значение тока холостого хода

$$I_0 = \frac{I_{0,к}}{100} I_{1ном} = \frac{3,3}{100} \cdot 86,8 = 2,86 \text{ А}.$$

4. Действующее значение ЭДС  $E_2$  реального трансформатора в режиме холостого хода ( $I_2 = 0$ ) в соответствии с уравнениями (5.6)  $E_2 = U_{20} = 11$  кВ.

5. Коэффициент трансформации по (5.4)

$$n \cong \frac{U_{1ном}}{U_{20}} = \frac{121}{11} = 11.$$

6. Действующие значения ЭДС  $E_1$  и  $E'_2$  в режиме холостого хода

$$E_1 = E'_2 = nE_2 = 11 \cdot 11 = 121 \text{ кВ}.$$

7. Действующее значение напряжения короткого замыкания

$$U_{1к} = \frac{u_k \cdot U_{1ном}}{100} = \frac{10,5 \cdot 121\,000}{100} = 12705 \text{ В}.$$

8. Сопротивление короткого замыкания и его составляющие

$$Z_k = \frac{U_{1к}}{I_{1ном}} = \frac{12705}{86,8} = 146 \text{ Ом};$$

$$R_k = \frac{P_k}{I_{1ном}^2} = \frac{81\,500}{86,8^2} = 10,8 \text{ Ом};$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 145,9 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_k = 10,8 + j145,9 = 146 \cdot e^{j85,77^\circ}.$$

9. Сопротивления первичной и приведенной вторичной обмоток

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1' = \frac{Z_2}{2} = 5,4 + j72,95 = 73 \cdot e^{j85,77^\circ};$$

$$\underline{Z}_2' = R_2' + jX_2' = \frac{Z_2}{2} = 5,4 + j72,95 = 73 \cdot e^{j85,77^\circ}.$$

10. Активное и индуктивное сопротивления реальной вторичной обмотки:

$$R_2 = \frac{R_2'}{n^2} = \frac{5,4}{11^2} = 0,0446 \text{ Ом};$$

$$X_2 = \frac{X_2'}{n^2} = \frac{72,95}{11^2} = 0,603 \text{ Ом}.$$

11. Полное сопротивление первичной цепи в режиме холостого хода и его составляющие (см. рис. 5.1).

$$Z_{10} = |\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0| = \frac{U_{1ном}}{I_0} = \frac{121\,000}{2,86} = 42\,308 \text{ Ом};$$

$$R_{10} = R_1 + R_0 = \frac{P_0}{I_0^2} = \frac{29\,500}{2,86^2} = 3606 \text{ Ом};$$

$$X_{10} = X_1 + X_0 = \sqrt{Z_{10}^2 - R_{10}^2} = 42\,308 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{10} = 3606 + j42308 = 42308 \cdot e^{85,13^\circ}.$$

12. Полное сопротивление ветви намагничивания и его составляющие

$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{10} - \underline{Z}_1 = 3600 + j42235 = 42235 \cdot e^{85,13^\circ};$$

$$Z_0 = 42235 \text{ Ом};$$

$$R_0 = R_{10} - R_1 = 3606 - 5,4 = 3600 \text{ Ом};$$

$$X_0 = X_{10} - X_1 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = 42235 \text{ Ом}.$$

13. Уточненные значения ЭДС, индуцированных главным магнитным потоком,

$$E_1 = E'_2 = I_0 \cdot Z_0 = 2,86 \cdot 42235 = 120\,800 \text{ В},$$

то есть, в режиме холостого хода ЭДС  $E_1$  и  $E'_2$  отличаются от  $U_{1ном}$  на 0,17%, что позволяет считать их практически равными.

14. Мощность потерь в магнитопроводе при номинальном первичном напряжении

$$P_{\text{м}} = I_0^2 \cdot R_0 = 2,86^2 \cdot 3600 = 29\,450 \text{ Вт}.$$

15. Мощность потерь в первичной обмотке (электрические потери в первичной обмотке) в режиме холостого хода

$$P_{\text{м}1} = I_0^2 \cdot R_1 = 2,86^2 \cdot 5,4 = 44,2 \text{ Вт}.$$

16. Мощность электрических потерь в первичной и вторичной обмотках в номинальном режиме

$$\begin{aligned} P_{\text{м}1} = P_{\text{м}2} &= I_{1ном}^2 \cdot R_1 = I_{2ном}'^2 \cdot R_2' = \\ &= \frac{P_s}{2} = \frac{81\,500}{2} = 40\,750 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

17. Суммарная мощность потерь в номинальном режиме



$$\begin{aligned}\sum P_{\pi} &= P_0 + \beta^2 P_{\kappa} = P_0 + P_{\kappa} = \\ &= 29\,450 + 81\,500 = 111\,000 \text{ Вт.}\end{aligned}$$

18. КПД трансформатора в номинальном режиме ( $\beta = 1$ ) при коэффициенте мощности приемника  $\cos \varphi_2 = 0,8$  по (5.18)

$$\eta = 1 - \frac{111\,000}{1 \cdot 10\,500\,000 \cdot 0,8 \cdot 111\,000} = 0,987.$$

19. Оптимальный коэффициент загрузки и максимальное значение КПД при  $\cos \varphi_2 = 0,8$

$$\beta_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{\kappa}}} = \sqrt{\frac{29,5}{81,5}} = 0,6;$$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{max}} &= 1 - \frac{2P_0}{\beta_{\text{опт}} S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 + 2P_0} = \\ &= 1 - \frac{59}{0,6 \cdot 10\,500 \cdot 0,8 + 59} \approx 0,99.\end{aligned}$$

20. Изменение напряжения в номинальном режиме при активно-индуктивной нагрузке с  $\cos \varphi_2 = 0,8$  ( $\varphi_2 = 36,9^\circ$ )

$$\Delta u = \beta u_{\kappa} \cos(\varphi_{\pi} - \varphi_2) = 1 \cdot 3,3 \cdot \cos(85,8 - 36,9) = 6,9\%,$$

$$\Delta u_{\kappa} = 0,069.$$

21. Действующее значение вторичного напряжения в номинальном режиме при  $\cos \varphi_2 = 0,8$  по (5.14)  $U_2 = U_{2\text{ном}}(1 - \Delta u_{\kappa}) = 110\,000(1 - 0,069) = 10\,240 \text{ В.}$

### 5.3. Задачи

5.3.1. Показать зависимость изменения во времени ЭДС в первичной и вторичной обмотках трансформатора при изменении основного магнитного потока во времени, как показано на рисунке 5.2.

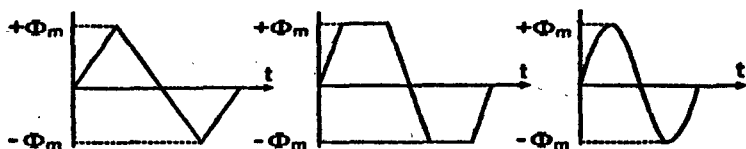


Рис. 5.2

**5.3.2.** Найти число витков обмоток трансформатора для получения в режиме холостого хода напряжения на вторичной обмотке  $U_2 = 12$  В при напряжении первичной обмотки  $U_1 = 220$  В, если частота сети равна 50 Гц, а максимальное значение основного магнитного потока в сердечнике трансформатора  $\Phi_m = 0,0036$  Вб. Записать переменные величины в комплексной форме и построить векторную диаграмму напряжений.

**Ответ:**  $w_1 = 275$ ,  $w_2 = 15$ .

**5.3.3.** Определить число витков обмотки, приходящееся на один вольт, если угловая частота  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup>, а максимальное значение основного магнитного потока в сердечнике  $\Phi_m = 0,003$  Вб.

**Ответ:** 1,5 витка/В.

**5.3.4.** При включении трансформатора в сеть с напряжением  $U_1 = 35$  кВ в режиме холостого хода вторичное напряжение  $U_2 = 400$  В. Пренебрегая током холостого хода, определить ток в первичной обмотке при токе нагрузки  $I_2 = 145$  А.

**Ответ:**  $I_1 = 1,66$  А.

**5.3.5.** Число витков первичной обмотки трансформатора  $w_1 = 792$ , вторичной  $w_2 = 264$ . Активно-индуктивной нагрузке при токе  $I_2 = 1$  А и коэффициенте мощности  $\cos \phi_2 = 0,8$  соответствует вторичное напряжение  $U_2 = 110$  В. Определить ток в первичной обмотке и подведенное к ней напряжение  $U_1$ . Частота сети  $f = 50$  Гц. Комплексные сопротивления обмоток трансформатора  $Z_1 = Z_2' = (11 + j20)$ . Комплексное сопротивление первичной обмотки при холостом ходе  $Z_0 = (300 + j3000)$ .

**Ответ:**  $U_1 = 346$  В,  $I_1 = 0,42$  А.

**5.3.6.** Номинальное вторичное напряжение понижающего трансформатора  $U_{2ном} = 400$  В. Коэффициент трансформации  $n = 10$ , сопротивление приемника  $Z_n =$

$= (20 + j0)$  Ом. Определить приведенные значения сопротивления, напряжения и тока приемника в схеме замещения трансформатора.

*Ответ:*  $Z'_n = 2000$  Ом,  $U'_{2ном} = 4000$  В,  $I'_2 = 2$  А.

5.3.7. При включении трансформатора в сеть в режиме холостого хода напряжение на зажимах вторичной обмотки  $U_{20} = 6600$  В, ток  $I_0 = 12,3$  А, мощность  $P_0 = 26,6$  кВт. Активные сопротивления обмоток  $R_1 = 0,5835$  Ом,  $R_2 = 0,037$  Ом, индуктивные  $X_1 = 4,4$  Ом и  $X_2 = 0,42$  Ом. Вычислить остальные параметры схемы замещения трансформатора. Номинальное напряжение первичной обмотки  $U_{1ном} = 20\ 210$  В.

*Ответ:*  $R'_2 = 0,347$  Ом,  $X'_2 = 3,94$  Ом,  $R_0 = 176$  Ом,  $X_0 = 1633$  Ом.

5.3.8. Известны параметры схемы замещения трансформатора:  $\underline{Z}_1 = (3 + j10)$ ,  $\underline{Z}'_2 = (1,66 + j10,8)$ ,  $\underline{Z}_0 = (500 + j25\ 000)$ ,  $\underline{Z}'_n = (312 + j234)$ . Первичное напряжение  $U_1 = 5770$  В. Определить комплексные ток  $\underline{I}_1$  и ЭДС  $\underline{E}_1$ .

*Ответ:*  $\underline{I}_1 = 14,1e^{-j99,5^\circ}$ ;  $-\underline{E}_1 = 5650e^{-j1^\circ}$ .

5.3.9. Известны параметры трехфазного трансформатора ТМ-250/10: полная мощность  $S_{ном} = 250$  кВ·А; номинальное первичное напряжение  $U_{1ном} = 10$  кВ; напряжение на зажимах вторичной обмотки  $U_{20} = 0,4$  кВ; ток и мощность в режиме холостого хода  $I_{0\%} = 3\%$ ,  $P_0 = 870$  кВт. Какие параметры и величины, характеризующие работу трансформатора, можно определить по имеющимся данным? Каковы их значения?

5.3.10. При замкнутой накоротко вторичной обмотке трансформатора к обмотке высшего напряжения (ВН) подведено напряжение  $U_n = 38$  кВ. Токи в обмотках имеют номинальные значения  $I_{1ном} = I_{2ном} = 1100$  А. Мощность в режиме короткого замыкания  $P_k = 950$  кВт. Какие параметры трансформатора можно определить по имеющимся данным и каковы их значения?

5.3.11. Номинальное первичное напряжение трансформатора  $U_{1ном} = 10$  кВ, коэффициент трансформации  $n = 25$ . Определите изменение вторичного напряжения трансформатора, если при номинальной нагрузке оно равно  $U_2 = 390$  В.

*Ответ:*  $\Delta U = 10$  В.

**5.3.12.** Каково напряжение на приемнике, подключенном к однофазному трансформатору с  $S_{\text{ном}} = 63$  кВА и напряжением 6000/0,23 кВ, если активная мощность приемника  $P_2 = 40$  кВт при напряжении  $U_{2\text{ном}} = 230$  В и коэффициенте мощности  $\cos\varphi_2 = 0,81$  ( $\varphi_2 > 0$ ). Известны напряжение короткого замыкания  $u_k = 5,5\%$  и мощность потерь в режиме короткого замыкания  $P_k = 1600$  Вт.

*Ответ:*  $U_2 = 221$  В.

**5.3.13.** Определить изменение вторичного напряжения трансформатора при номинальной активной ( $\varphi_2 = 0$ ), индуктивной ( $\varphi_2 = 90^\circ$ ), емкостной ( $\varphi_2 = -90^\circ$ ) и активно-индуктивной нагрузке ( $\varphi_2 = 36,87^\circ$ ) по следующим известным параметрам трансформатора:  $S_{\text{ном}} = 400$  кВ·А;  $U_{1\text{ном}} = 35$  кВ;  $u_k = 6,5\%$ , мощность потерь в режиме короткого замыкания  $P_k = 5,5$  кВт.

*Ответ:* 1)  $\Delta u = 1,375\%$ ; 2)  $\Delta u = 6,353\%$ ; 3)  $\Delta u = -6,353\%$ ; 4)  $\Delta u = 4,91\%$ .

**5.3.14.** В трансформаторе с номинальной мощностью  $S_{\text{ном}} = 63$  кВА мощность потерь при холостом ходе  $P_0 = 265$  Вт, а при коротком замыкании —  $P_k = 1280$  Вт. Определить оптимальный коэффициент загрузки и максимальное значение КПД, а также КПД в номинальном режиме при трех значениях коэффициента мощности: 1)  $\cos\varphi_2 = 0,8$  ( $\varphi_2 > 0$ ); 2)  $\cos\varphi_2 = 1,0$  и 3)  $\cos\varphi_2 = 0,8$  ( $\varphi_2 < 0$ ).

*Ответ:*  $\beta_{\text{опт}} = 0,454$ ; 1) и 3)  $\eta_{\text{max}} = 97,74\%$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 97,03\%$ ; 2)  $\eta_{\text{max}} = 98,18\%$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 97,61\%$ .

**5.3.15.** В каталоге на однофазный трансформатор типа ОДГ-20 000/150 указаны:  $S_{\text{ном}} = 20\,000$  кВ·А;  $U_{\text{вн}} = 160$  кВ;  $U_{\text{вн}} = 10,5$  кВ; мощность потерь холостого хода  $P_0 = 63,2$  кВт и короткого замыкания  $P_k = 119,7$  кВт, ток холостого хода  $I_0 = 11,4\%$ , напряжение короткого замыкания  $u_k = 2,9\%$ , частота  $f = 50$  Гц. Для понижающего трансформатора определить номинальные первичное и вторичное напряжения и токи, ток холостого хода, коэффициент трансформации, действующее значение напряжения короткого замыкания, параметры схемы замещения, изменение напряжения, вторичное напряжение и КПД в номинальном режиме

при коэффициенте мощности приемника  $\cos \varphi_2 = 1$  и максимальное значение КПД при том же характере нагрузки.

*Ответ:*  $U_{1\text{ном}} = 160$  кВ;  $U_{1\text{ном}} = 10,5$  кВ;  $I_{1\text{ном}} = 125$  А;  $I_{2\text{ном}} = 1904$  А;  $I_0 = 14,25$  А;  $n = 15,24$ ;  $U_{1\text{к}} = 4640$  В;  $Z_1 = \underline{Z}'_1 = (3,83 + j18,16)$ ;  $Z_0 = (311 + j11224)$ ;  $\Delta u = 0,6\%$ ;  $U_2 = 10437$  В;  $\eta_{\text{ном}} = 99,09\%$ ;  $\eta_{\text{max}} = 99,14\%$ .

**5.3.16.** Трехфазный трансформатор с номинальной мощностью  $S_{\text{ном}} = 400$  кВ·А подключен к сети с напряжением 35 кВ. Определить вторичные линейные и фазные напряжения и токи при схемах соединения обмоток Y/Y, Y/Δ, Δ/Y, если коэффициент трансформации  $n = w_1/w_2 = 3,21$ .

*Ответ:* Y/Y:  $U_{2\text{л}} = 10,9$  кВ;  $U_{2\text{ф}} = 6,3$  кВ;  $I_{2\text{л}} = I_{2\text{ф}} = 21,2$  А; Y/Δ:  $U_{2\text{л}} = U_{2\text{ф}} = 6,3$  кВ;  $I_{2\text{л}} = 36,6$  А;  $I_{2\text{ф}} = 21,2$  А; Δ/Y:  $U_{2\text{л}} = 18,9$  кВ;  $U_{2\text{ф}} = 10,9$  кВ;  $I_{2\text{л}} = I_{2\text{ф}} = 12,2$  А.

**5.3.17.** В каталоге для трехфазного трансформатора типа ТМ-30/10 указаны: схема соединения обмоток Y/Y-0, мощность  $S_{\text{ном}} = 30$  кВ·А,  $U_{\text{нн}} = 10$  кВ,  $U_{\text{хх}} = 0,4$  кВ, мощность потерь холостого хода  $P_0 = 300$  Вт и короткого замыкания  $P_{\text{к}} = 1,41$  кВт, ток холостого хода  $I_0 = 9\%$ , напряжение короткого замыкания  $u_{\text{к}} = 5,5\%$ , частота  $f = 50$  Гц. Трансформатор понижающий. Определить все величины, указанные в условии к задаче 5.3.15, при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_2 = 0,8$  ( $\varphi_2 > 0$ ), а также вторичные линейное и фазное напряжения. Нагрузка трансформатора симметричная.

*Ответ:*  $U_{1\text{ном}} = 5774$  В;  $U_{2\text{ном}} = 230$  В;  $I_{1\text{ном}} = 1,73$  А;  $I_{2\text{ном}} = 43,5$  А;  $I_0 = 0,156$  А;  $n = 25$ ;  $U_{1\text{к}} = 317,6$  В;  $Z_1 = \underline{Z}'_1 = (47,2 + j78,5)$ ;  $Z_0 = (4162 + j36\,780)$ ;  $\Delta u = 5,1\%$ ;  $\eta_{\text{ном}} = 94,5\%$ ;  $\eta_{\text{max}} = 96\%$ ;  $U_{2\text{л}} = 378$  В;  $U_{2\text{ф}} = 218$  В.

#### 5.4. Контрольные задания

Потребители электрической энергии питаются от трехфазного двухобмоточного трансформатора. Технические данные приведены в табл. 5.1. Частота сети  $f = 50$  Гц. Соединение обмоток Y/Y.

Определить коэффициент трансформации, номинальные напряжения и токи (фазные и линейные), ток холостого хода, напряжение короткого замыкания, сопротивление короткого замыкания, активные и индуктивные сопротивления первичной и вторичной обмоток, КПД и вторичные фазные и линейные напряжения при коэффициенте мощности приемника  $\cos\varphi_2 = 0,8$  ( $\varphi_2 > 0$ ), потерю напряжения в номинальном режиме, вторичное напряжение при токе нагрузки  $I_2 = 2I_{2\text{ном}}$  и  $\cos\varphi_2 = 0,7$ . Построить внешнюю характеристику и зависимость КПД от коэффициента загрузки при коэффициенте мощности  $\cos\varphi_2 = 0,8$  ( $\varphi_2 > 0$ ). Нагрузка трансформатора симметричная, трансформатор понижающий.

Т а б л и ц а 5.1

## Технические данные трансформаторов

№ п/п	Тип	$S_{ном}$ , кВ·А	$U_{вн}$ , кВ	$U_{нн}$ , кВ	$P_0$ , кВт	$P_k$ , кВт	$\eta_k$ , %	$I_0$ , %
1	ТМ-25/6	25	6	0,23	0,13	0,60	4,5	3,2
2	ТМ-25/10	25	10	0,4	0,13	0,60	4,5	3,2
3	ТМ-40/6	40	6	0,23	0,175	0,88	4,6	3,0
4	ТМ-40/10	40	10	0,4	0,175	0,88	4,5	3,0
5	ТМ-63/6	63	6	0,23	0,24	1,28	4,5	4,5
6	ТМ-63/6	63	10	0,4	0,24	1,28	4,5	4,5
7	ТМ-100/6	100	6	0,23	0,33	1,97	6,5	2,6
8	ТМ-100/10	100	10	0,4	0,33	1,97	6,5	2,6
9	ТМ-160/6	160	6	0,23	0,51	2,65	4,5	2,4
10	ТМ-160/10	160	10	0,4	0,51	2,65	4,5	2,4
11	ТМ-250/6	250	6	0,23	0,74	3,7	4,5	2,3
12	ТМ-250/10	250	10	0,4	0,74	3,7	4,5	2,3
13	ТМ-400/6	400	6	0,23	0,93	5,5	4,5	3,3
14	ТМ-400/10	400	10	0,4	0,93	5,5	4,5	3,3
15	ТМ-630/6	630	6	0,23	1,31	7,6	5,5	2,5
16	ТМ-630/10	630	10	0,4	1,31	7,6	5,5	2,5
17	ТМ-1000/6	1000	6	0,23	2,45	12,2	5,5	1,5
18	ТМ-1000/10	1000	10	0,4	2,45	12,2	5,5	1,5
19	ТМ-1600/6	1600	6	0,23	3,3	18,0	5,5	1,3
20	ТМ-1600/10	1600	10	0,4	3,3	18,0	5,5	1,3
21	ТСЗ-160/6	160	6	0,23	0,7	2,7	5,5	4,0
22	ТСЗ-160/10	160	10	0,4	0,7	2,7	5,5	4,0
23	ТСЗ-250/6	250	6	0,23	1,0	3,8	5,5	3,5
24	ТСЗ-250/10	250	10	0,4	1,0	3,8	5,5	3,5
25	ТСЗ-400/6	400	6	0,23	1,3	5,4	5,5	3,0
26	ТСЗ-400/10	400	10	0,4	1,3	5,4	5,5	3,0
27	ТСЗ-630/6	630	6	0,4	2,0	7,3	5,5	1,5
28	ТСЗ-630/10	630	10	0,4	2,0	7,3	5,5	1,5
29	ТСЗ-1000/6	1000	6	0,4	3,0	11,2	5,5	1,5
30	ТСЗ-1000/10	1000	10	0,4	3,0	11,2	5,5	1,5

## ТРЕХФАЗНЫЕ АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

### 6.1. Общие положения и формулы

*Асинхронная машина* — это машина переменного тока, у которой в установившемся режиме магнитное поле, участвующее в основном процессе преобразования энергии, и ротор вращаются с разными угловыми скоростями.

Конструктивное исполнение: с короткозамкнутым и с фазным ротором (с контактными кольцами).

*Режимы работы* асинхронных машин: двигательный (основной), генераторный и тормозной. Наиболее распространены трехфазные асинхронные двигатели (АД).

*Номинальные (паспортные) данные двигателя:* механическая мощность  $P_{\text{ном}}$ , напряжение обмотки статора  $U_{1\text{ном}}$ , ток статора  $I_{1\text{ном}}$ , частота напряжения сети  $f$ , частота вращения ротора  $n_{2\text{ном}}$ , КПД  $\eta_{\text{ном}}$ , коэффициент мощности  $\cos\varphi_{\text{ном}}$ , напряжение между контактными кольцами при разомкнутой обмотке ротора  $U_{20} = E_2$  и номинальный ток в обмотке ротора  $I_{2\text{ном}}$  — для АД с фазным ротором.

В каталогах на двигатели, кроме того, указывают начальную кратность пускового тока  $I_{\text{п}^*} = I_{\text{п}}/I_{\text{ном}}$ , начальную кратность пускового момента  $M_{\text{п}^*} = M_{\text{п}}/M_{\text{ном}}$ , кратность максимального момента (*перегрузочную способность двигателя*)  $M_{\text{мах}^*} = M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}}$ .

В паспортных данных АД обычно указывают два значения напряжения, например, 380/220 В. Меньшее значение напряжения (220 В) — это фазное напряжение обмотки статора. Если линейное напряжение сети равно этому напряжению, то обмотки статора необходимо



соединить треугольником, если линейное напряжение сети равно большему значению  $U_{\text{ном}}$  (380 В), то обмотки статора соединяют звездой. Соответственно указывают и два значения линейного тока  $I_{\text{ном}}$  при соединении обмоток звездой и треугольником.

*Частота вращения магнитного поля*

$$n_1 = \frac{60f}{p}, \quad (6.1)$$

где  $f$  — частота напряжения сети,  $p$  — число пар полюсов в машине. При промышленной частоте  $f = 50$  Гц частота вращения магнитного поля определяется как  $n_1 = 3000/p$ .

*Скольжение* — это относительная разность частот вращения или угловых скоростей магнитного поля и ротора

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_1}, \quad (6.2)$$

где  $n_2$  — частота вращения ротора,  $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30}$  и  $\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30}$  — угловые скорости вращения магнитного поля и ротора.

*Частота вращения ротора*

$$n_2 = n_1 (1 - s). \quad (6.3)$$

*Частота ЭДС, индуцированной в обмотке статора вращающимся магнитным потоком, равна частоте напряжения в сети*

$$f_1 = f. \quad (6.4)$$

*Частота ЭДС и тока в обмотке ротора*

$$f_2 = sf_1. \quad (6.5)$$

*Действующие и комплексные значения ЭДС, индуцированные в фазных обмотках статора и неподвижного и вращающегося ротора*

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 4,44w_1k_1f_1\Phi_m, \quad \underline{E}_1 = -j4,44w_1k_1f_1\underline{\Phi}_m, \\ E_2 &= 4,44w_2k_2f_1\Phi_m, \quad \underline{E}_2 = -j4,44w_2k_2f_1\underline{\Phi}_m, \\ E_{2s} &= 4,44w_2k_2f_2\Phi_m, \quad \underline{E}_{2s} = -j4,44w_2k_2f_2\underline{\Phi}_m, \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

где  $w_1$  и  $w_2$  — числа витков фазных обмоток статора и ротора,  $k_1$  и  $k_2$  — их обмоточные коэффициенты.

Из уравнений (6.6) следует, что  $E_{2s} = sE_2$ .

Коэффициент трансформации ЭДС с учетом (6.6):

$$k_e = \frac{w_1 k_1}{w_2 k_2}. \quad (6.7)$$

ЭДС рассеяния обмоток статора и ротора:

$$\underline{E}_{1\text{рас}} = -jX_1 \cdot I_1, \quad \underline{E}_{2\text{рас}} = -jX_2 \cdot I_2, \quad \underline{E}_{2s\text{рас}} = -jX_{2s} \cdot I_2,$$

где  $X_1 = 2\pi f_1 L_{1\text{рас}}$ ,  $X_2 = 2\pi f_1 L_{2\text{рас}}$  и  $X_{2s} = 2\pi f_2 L_{2s\text{рас}}$  — индуктивные сопротивления, а  $L_{1\text{рас}}$  и  $L_{2\text{рас}}$  — индуктивности фазных обмоток статора и ротора, обусловленные потоками рассеяния, причем с учетом уравнения (6.5)  $X_{2s} = sX_2$ .

Ток ротора

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_{2s}}{\underline{Z}_{2s}} = \frac{\underline{E}_{2s}}{R_2 + jX_{2s}} = \frac{\underline{E}_2}{R_2/s + jX_2}, \quad (6.8)$$

где  $\underline{Z}_{2s} = (R_2 + jX_{2s})$  — комплексное сопротивление фазной обмотки вращающегося ротора,  $R_2$  — активное сопротивление фазной обмотки вращающегося ротора,  $R_2/s$  — то же неподвижного ротора.

Связь между параметрами обмотки реального и приведенного ротора

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}'_2 &= K \underline{E}_2 = \underline{E}_1, \quad \underline{I}'_2 = \frac{1}{k_1} \cdot \underline{I}_2, \\ R'_2 &= k_e \cdot k_1 \cdot R_2, \quad X'_2 = k_e \cdot k_1 \cdot X_2, \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

где  $k_1 = \frac{m_1}{m_2} k_e$  — коэффициент трансформации по току,  $m_1$  и  $m_2$  — число фаз обмоток статора и ротора. Для двигателя с фазным ротором  $m_1 = m_2$  и  $k_1 = k_e$ .

Схема замещения двигателя представлена на рис. 6.1, где  $R_1$  — активное сопротивление фазной обмотки статора,  $R'_2$  — приведенное активное сопротивление фазы обмотки неподвижного ротора,  $R'_2 \cdot \frac{1-s}{s}$  — приведенное активное сопротивление ротора, отражающее процесс преобразования электрической энергии в механическую.

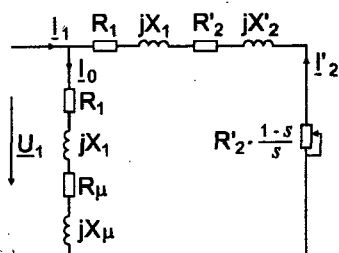


Рис. 6.1

Активная мощность подведенной электрической энергии

$$P_1 = 3U_{1\phi} I_{1\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{1л} I_{1л} \cos \varphi. \quad (6.10)$$

Механическая мощность на валу:

$$P_2 = M_2 \omega_2 = 0,105 M_2 n_2. \quad (6.11)$$

КПД двигателя (см. уравнение (4.6))

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\sum P_{\pi}}{P_2 + \sum P_{\pi}}. \quad (6.12)$$

Мощность потерь в двигателе

$$\sum P_{\pi} = P_{\pi 1} + P_{\pi 2} + P_{\pi \mu 1} + P_{\pi \mu \chi} + P_{\pi \text{д}}, \quad (6.13)$$

где  $P_{\pi 1} = m_1 R_1 I_1^2 = 3 R_1 I_1^2$ , и  $P_{\pi 2} = m_2 R_2 I_2^2 = 3 R_2' I_2'^2$  — мощность электрических потерь в обмотках статора и ротора,  $P_{\pi \mu 1}$  — мощность магнитных потерь в сердечнике статора,  $P_{\pi \mu \chi}$  и  $P_{\pi \text{д}} = 0,005$ ,  $P_{\text{ном}}$  — мощности механических и добавочных потерь.

Электромагнитный (вращающий) момент

$$M = \frac{m_2 R_2' I_2'^2}{s \omega_1} = \frac{3 \frac{R_2'}{s} I_2'^2}{\omega_1} = C \Phi_m I_2 \cos \psi_2 = C \Phi_m I_{2a} = \frac{C' \frac{R_2'}{s}}{\left( R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{\kappa}^2}, \quad (6.14)$$

где  $I_{2a} = I_2 \cos \psi_2$  — активная составляющая тока в обмотке ротора,  $\cos \psi_2 = \cos (\mathbf{E}_2 \wedge \mathbf{I}_2)$ ,  $X_{\kappa} = X_1 + X_2'$  — индуктивное сопротивление двигателя, а постоянные  $C$  и  $C'$  соответственно равны  $C = \frac{3}{\sqrt{2}} p \omega_1 k_1$ ,  $C' = \frac{3 p U_1^2}{2 \pi f}$ .

**Критическое скольжение, соответствующее максимальному моменту  $M_{\max}$**

$$s_m = \frac{R'_2 + R'_A}{\sqrt{R_1^2 + X_1^2}} = \frac{R_2 + R_A}{X_2}, \quad (6.15)$$

где  $R'_A$  — приведенное добавочное сопротивление реостата в цепи ротора.

**Максимальный момент**

$$M_{\max} = \frac{3U_1^2}{2\omega_1} \cdot \frac{1}{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_1^2}}. \quad (6.16)$$

**Упрощенное уравнение механической характеристики в относительных единицах (формула Клосса)**

$$M_s = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}}. \quad (6.17)$$

Критическое скольжение  $s_m$  может быть найдено на основании уравнения (6.15) по известным параметрам обмотки ротора или из уравнения (6.17) по известным значениям моментов и скольжения для какого-либо характерного режима работы АД (пуск, номинальный режим). Например, критическое скольжение, соответствующее естественной механической характеристике, может быть найдено по известным для номинального режима скольжению  $s_{\text{ном}}$  и вращающему моменту  $M_s = 1$

$$s_m = s_{\text{ном}} \left( M_{\max} = \sqrt{M_{\max}^2 - 1} \right). \quad (6.18)$$

**Рабочие характеристики двигателя** — это зависимости  $n_2(P_2)$ ,  $s(P_2)$ ,  $M_2(P_2)$ ,  $P_1(P_2)$ ,  $I_1(P_2)$ ,  $\eta(P_2)$ ,  $\cos\varphi(P_2)$ .

Или в относительных единицах:  $n_{2*}(P_{2*})$ ,  $s(P_{2*})$ ,  $M_{2*}(P_{2*})$ ,  $P_{1*}(P_{2*})$ ,  $I_{1*}(P_{2*})$ ,  $\eta(P_{2*})$ ,  $\cos\varphi(P_{2*})$  при  $U_1 = \text{const}$  и  $f = \text{const}$ .

## 6.2. Примеры

**6.2.1.** Амплитудное значение магнитного потока АД  $\Phi_m = 0,015$  Вб, число витков в фазных обмотках статора  $w_1 = 200$  и ротора и  $w_2 = 20$ , их обмоточные коэффициенты  $k_1 = 0,94$  и  $k_2 = 0,96$ , скольжение в номинальном режиме  $s_{\text{ном}} = 0,05$ , частота сети 50 Гц. Определить действующие значения ЭДС в фазных обмотках статора и неподвижного ротора, коэффициент трансформации по ЭДС, частоту ЭДС и тока в обмотке ротора, а также действующее значение ЭДС в обмотке ротора при номинальной нагрузке.

*Решение.*

1. ЭДС, индуцированная в фазных обмотках статора и неподвижного ротора по (6.6)

$$E_1 = 4,44 w_1 k_1 f \Phi_m = 4,44 \cdot 200 \cdot 0,94 \cdot 50 \cdot 0,015 = 625 \text{ В},$$

$$E_2 = 4,44 w_2 k_2 f \Phi_m = 4,44 \cdot 20 \cdot 0,96 \cdot 50 \cdot 0,015 = 64 \text{ В}.$$

2. Коэффициент трансформации по ЭДС по (6.7)

$$k_e = \frac{w_1 k_1}{w_2 k_2} = \frac{200 \cdot 0,94}{20 \cdot 0,96} = 9,78.$$

3. Частота ЭДС и тока в обмотке вращающегося ротора по (6.5)

$$f_2 = s_{\text{ном}} f_1 = s_{\text{ном}} f = 0,05 \cdot 50 = 2,5 \text{ Гц}.$$

4. ЭДС, индуцированная в обмотке вращающегося ротора по (6.6)

$$\begin{aligned} E_{2s} &= 4,44 \cdot w_2 k_2 f_2 \Phi_m = \\ &= 4,44 \cdot 20 \cdot 0,96 \cdot 2,5 \cdot 0,015 = 3,2 \text{ В}. \end{aligned}$$

**6.2.2.** Двигатель с короткозамкнутым ротором серии 4А имеет следующие номинальные данные: мощность  $P_{\text{ном}} = 45$  кВт; напряжение 380 В; частота напряжения  $f = 50$  Гц; частота вращения  $n_{2\text{ном}} = 1475$  об/мин; КПД  $\eta_{\text{ном}} = 0,93$ ; коэффициент мощности  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$ . Известны также начальная кратность пускового тока  $I_{\text{п*}} =$

$= 7$ , начальная кратность пускового момента  $M_{п*} = 1,4$  и перегрузочная способность  $M_{\max*} = 2,5$ . Определить число пар полюсов, частоту вращения магнитного поля, скольжение при номинальной нагрузке, номинальный вращающий момент, активную мощность электрической энергии, подведенной к двигателю, номинальный и пусковой ток статора, пусковой и максимальный моменты при номинальном напряжении. Как изменятся пусковой ток, пусковой и максимальный моменты двигателя при снижении напряжения на 10%?

*Решение.*

1. На основании уравнения (6.1) при частоте сети  $f = 50$  Гц частота вращения магнитного поля равна  $n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{p} = \frac{3000}{p}$  и в зависимости от числа  $p$  пар полюсов может принимать значения 3000; 1500; 1000 об/мин и т. д.

2. Поскольку скольжение в номинальном режиме работы АД составляет несколько процентов, то частота вращения ротора согласно уравнению (6.3) мало отличается от частоты вращения магнитного поля. Чтобы найти частоту вращения магнитного поля, нужно частоту вращения ротора  $n_{2\text{ном}} = 1475$  об/мин округлить до ближайшего целого значения из приведенного в пункте 1 ряда, откуда  $n_1 = 1500$  об/мин, что соответствует числу полюсов  $2p = 4$ .

3. Скольжение в номинальном режиме согласно (6.2)

$$s_{\text{ном}} = 1 - \frac{n_{2\text{ном}}}{n_1} = 1 - \frac{1475}{1500} = 0,016.$$

4. Номинальный момент двигателя по (6.11)

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\omega_2} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{45\,000}{1475} = 291 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

5. Активная мощность электрической энергии, подведенной к двигателю,

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{45\,000}{0,93} = 48\,400 \text{ Вт}.$$

6. Номинальный ток двигателя по (6.10)

$$I_{1\text{ном}} = \frac{P_{1\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{1\text{ном}} \cos \varphi_{1\text{ном}}} = \frac{48\,400}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9} = 81,8 \text{ А.}$$

7. Пусковой ток  $I_{\pi} = I_{\pi*} I_{1\text{ном}} = 7 \cdot 81,8 = 572 \text{ А.}$

8. Пусковой момент:  $M_{\pi} = M_{\pi*} M_{\text{ном}} = 1,4 \cdot 291 = 407 \text{ Н}\cdot\text{м.}$

9. Максимальный момент  $M_{\text{мах}} = M_{\text{мах}*} M_{\text{ном}} = 2,5 \cdot 291 = 727,5 \text{ Н}\cdot\text{м.}$

10. Пусковой ток, пусковой и максимальный моменты при напряжении  $U_1 = 0,9 U_{1\text{ном}}$

$$I'_{\pi} = I_{\pi} \frac{U_1}{U_{1\text{ном}}} = 572 \cdot \frac{0,9 \cdot 380}{380} = 515 \text{ А,}$$

$$M'_{\pi} = M_{\pi} \left( \frac{U_1}{U_{1\text{ном}}} \right)^2 = 407 \left( \frac{0,9 \cdot 380}{380} \right)^2 = 323 \text{ Н}\cdot\text{м,}$$

$$M'_{\text{мах}} = M_{\text{мах}} \left( \frac{U_1}{U_{1\text{ном}}} \right)^2 = 727,5 \left( \frac{0,9 \cdot 380}{380} \right)^2 = 589 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

**6.2.3. Восьмиполюсный трехфазный АД с фазным ротором имеет следующие номинальные данные:** мощность  $P_{\text{ном}} = 55 \text{ кВт}$ ; линейное напряжение  $380 \text{ В}$ ; частота напряжения  $f = 50 \text{ Гц}$ ; частота вращения  $n_{2\text{ном}} = 724 \text{ об/мин}$ ; КПД  $\eta_{\text{ном}} = 89,5\%$ ;  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,83$ ; ток в роторе  $I_{2\text{ном}} = 185 \text{ А}$ ; напряжение между контактными кольцами разомкнутой обмотки ротора  $U_{20} = 190 \text{ В}$ . Кратность максимального момента  $M_{\text{мах}*} = 2,2$ . Определить номинальное скольжение, номинальный и максимальный моменты, критическое скольжение при выведенном реостате в цепи ротора, сопротивление  $R_{\pi}$  пускового реостата для обеспечения начальной кратности пускового момента  $M_{\pi*} = 1,5$ , сопротивление  $R_{\text{д}}$  добавочного реостата, который необходимо включить в цепь ротора, чтобы получить частоту вращения  $n_2 = 600 \text{ об/мин}$ .

*Решение.*

1. Частота вращения магнитного поля

$$n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \text{ об/мин.}$$

2. Номинальное скольжение по (6.2)

$$s_{\text{ном}} = 1 - \frac{n_{2\text{ном}}}{n_1} = 1 - \frac{724}{750} = 0,035.$$

### 3. Номинальный момент

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{55\,000}{724} = 725,5 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

### 4. Максимальный момент

$$M_{\text{мах}} = M_{\text{мах}*} M_{\text{ном}} = 2,2 \cdot 725,5 = 1596 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

5. Критическое скольжение для естественной механической характеристики в соответствии с (6.18)

$$\begin{aligned} s_m &= s_{\text{ном}} \left( M_{\text{мах}*} + \sqrt{M_{\text{мах}*}^2 - 1} \right) = \\ &= 0,035 \left( 2,2 + \sqrt{2,2^2 - 1} \right) = 0,146. \end{aligned}$$

6. Активное сопротивление фазы обмотки ротора на основании уравнения (6.14)

$$R_2 = \frac{M_{\text{ном}} \omega_1 s_{\text{ном}}}{n_2 f_{2\text{ном}}^2} = \frac{725,5 \cdot 78,5 \cdot 0,035}{3 \cdot 185^2} = 0,0194 \text{ Ом},$$

где угловая скорость вращения магнитного поля

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 750}{30} = 78,5 \text{ с}^{-1}.$$

7. Критическое скольжение, соответствующее искусственной механической характеристике при наличии в цепи ротора пускового реостата  $R_{\text{п}}$ , при котором обеспечивается начальная кратность пускового момента  $M_{\text{п}*} = 1,5$ , может быть найдено также из уравнения (6.17). В момент пуска, когда скольжение  $s = 1$ , уравнение примет вид

$$M_{\text{п}*} = \frac{2M_{\text{мах}*}}{\frac{1}{s'_m} + s'_m}.$$

Решая это уравнение относительно  $s'_{\text{кр}}$ , получаем

$$s'_m = \frac{M_{\text{мах}*}}{M_{\text{п}*}} \pm \sqrt{\left( \frac{M_{\text{мах}*}}{M_{\text{п}*}} \right)^2 - 1} = \frac{2,2}{1,5} \pm \sqrt{\left( \frac{2,2}{1,5} \right)^2 - 1} = 0,394.$$



8. Сопротивление пускового реостата найдем, исходя из соотношения  $\frac{s'_m}{s_m} = \frac{R_2 + R_d}{R_2}$ , составленного на основании уравнения (6.15),

$$R_d = R_2 \left( \frac{s'_m}{s_m} - 1 \right) = 0,0194 \cdot \left( \frac{0,394}{0,146} - 1 \right) = 0,033 \text{ Ом.}$$

9. Критическое скольжение для искусственной механической характеристики при наличии в цепи ротора добавочного реостата  $R_d$ , обеспечивающего частоту вращения  $n_2 = 600 \text{ об/мин} = 0,8n_1$

$$\begin{aligned} s''_m &= s' \left( M_{\max} \pm \sqrt{M_{\max}^2 - 1} \right) = \\ &= 0,2 \cdot \left( 2,2 \pm \sqrt{2,2^2 - 1} \right) = 0,83, \end{aligned}$$

где  $s' = \frac{n_1 - 0,8n_1}{n_1} = 0,2$  — скольжение, соответствующее частоте вращения ротора  $n_2 = 600 \text{ об/мин}$ .

10. Сопротивление добавочного реостата (аналогично пункту 8)

$$R_d = R_2 \left( \frac{s'_m}{s_m} - 1 \right) = 0,0194 \cdot \left( \frac{0,83}{0,146} - 1 \right) = 0,091 \text{ Ом.}$$

6.2.4. Для асинхронного двигателя с фазным ротором, технические данные которого приведены в примере 6.2.3, рассчитать в относительных единицах и построить естественную механическую характеристику, а также искусственную при наличии в цепи ротора добавочного реостата с сопротивлением  $R_d = 0,1 \text{ Ом}$ .

#### Решение.

В примере 6.2.3 задана перегрузочная способность двигателя  $M_{\max} = 2,2$  и определены активное сопротивление  $R_2 = 0,0194 \text{ Ом}$  фазы обмотки ротора, номинальное  $s_{\text{ном}} = 0,035$  и критическое  $s_m = 0,146$  скольжения для естественной механической характеристики. Перегрузочная способность  $M_{\max}$  двигателя не меняется с увеличением активного сопротивления  $(R_2 + R_d)$  цепи ротора, а критическое скольжение  $s'_m$ , с учетом (6.15), изменяется пропорционально  $(R_2 + R_d)$ .

Исходя из соотношения  $\frac{s'_m}{s_m} = \frac{R_2 + R_d}{R_2}$ , критическое скольжение при наличии в цепи ротора добавочного реостата с сопротивлением  $R_d = 0,1 \text{ Ом}$ .

$$s'_m = s_m \frac{R_2 + R_d}{R_2} = 0,146 \cdot \frac{0,0194 + 0,1}{0,0194} = 0,9.$$

Зная значения  $s_m$ ,  $s'_m$  и  $M_{\max}$ , можно рассчитать естественную и искусственную механические характеристики в относительных единицах по формуле (6.17).

При скольжении  $s = 0$  магнитное поле относительно ротора неподвижно, поэтому  $p_{2*} = 1$ , а момент  $M_* = 0$ . При критических скольжениях  $s_m$  и  $s'_m$  вращающий момент равен  $M_* = M_{\max}$  как для естественной, так и для искусственной механических характеристик.

Для естественной механической характеристики при номинальном режиме скольжению  $s_{\text{ном}} = 0,035$  соответствуют частота вращения ротора  $p_{2*} = 1 - s_{\text{ном}} = 1 - 0,035 = 0,965$  и момент  $M_* = 1$ .

Задав значения скольжения  $s$  в интервале от 0 до 1, можно рассчитать механические характеристики двигателя. Так, при  $s = 0,2$  частота вращения ротора  $p_{2*} = 1 - 0,2 = 0,8$ , а вращающие моменты соответственно равны:

*для естественной механической характеристики*

$$M_* = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}} = \frac{2 \cdot 2,2}{\frac{0,2}{0,146} + \frac{0,146}{0,2}} = 2,16;$$

*для искусственной механической характеристики*

$$M_* = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s'_m} + \frac{s'_m}{s}} = \frac{2 \cdot 2,2}{\frac{0,2}{0,9} + \frac{0,9}{0,2}} = 0,93.$$

Расчетные механические характеристики представлены на рис. 6.2, где сопротивлению  $R_d = 0$  соответствует характеристика 1, а сопротивлению  $R_d = 0,1 \text{ Ом}$  — характеристика 2.

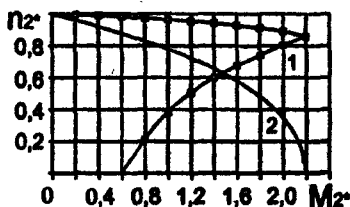


Рис. 6.2

### 6.3. Задачи

**6.3.1.** Номинальная частота вращения ротора АД  $n_{2ном} = 960$  об/мин. Определить число пар полюсов двигателя, номинальное скольжение, частоту ЭДС в обмотке вращающегося ротора, если частота напряжения сети  $f = 50$  Гц.

*Ответ:*  $p = 3$ ;  $s_{ном} = 0,04$ ;  $f_2 = 2$  Гц.

**6.3.2.** Трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором работает с номинальным скольжением  $s_{ном} = 0,04$ . Известны частота питающего напряжения  $f = 50$  Гц, максимальное значение вращающегося магнитного потока  $\Phi_m = 0,01$  Вб, число витков обмоток статора  $w_1 = 100$  и ротора  $w_2 = 1$  и их обмоточные коэффициенты  $k_1 = 0,95$  и  $k_2 = 1$ . Определить коэффициент трансформации ЭДС, действующие значения ЭДС в фазах обмоток статора, вращающегося и неподвижного ротора.

*Ответ:*  $k_e = 95$ ;  $E_1 = 211$  В;  $E_2 = 2,22$  В;  $E_{2s} = 0,089$  В.

**6.3.3.** В фазе ротора трехфазного асинхронного двигателя, вращающегося с номинальной частотой  $n_{2ном} = 1440$  об/мин, индуцируется ЭДС  $E_{2s} = 0,15$  В. Частота напряжения сети  $f = 50$  Гц. Найти ЭДС в фазе ротора в момент пуска.

*Ответ:*  $E_2 = 3,75$  В.

**6.3.4.** Трехфазный асинхронный двигатель включен в сеть с линейным напряжением  $U_\lambda = 220$  В. Ток в обмотке статора  $I_1 = 30$  А при коэффициенте мощности  $\cos\phi = 0,8$ . Мощность суммарных потерь в двигателе  $\Sigma P_n = 1000$  Вт. Определить КПД двигателя.

*Ответ:*  $\eta = 0,89$ .

**6.3.5.** Четырехполюсный трехфазный двигатель включен в сеть с частотой  $f = 50$  Гц. Вращающий момент на валу двигателя  $M_2 = 67$  Н·м, скольжение  $s = 0,05$ , мощность суммарных потерь  $\Sigma P_n = 1,5$  кВт. Определить КПД двигателя.

*Ответ:*  $\eta = 0,87$ .

**6.3.6.** Двигатель с короткозамкнутым ротором имеет следующие номинальные данные: мощность  $P_{\text{ном}} = 75$  кВт, линейное напряжение 380 В, частота сети  $f = 50$  Гц, ток в обмотке статора  $I_{1\text{ном}} = 141$  А, мощность суммарных потерь при номинальной нагрузке  $\Sigma P_{\text{н}} = 5,65$  кВт, номинальный момент  $M_{\text{ном}} = 489,2$  Н·м. Известна также кратность пускового тока  $I_{\text{н*}} = 7,5$  и кратность пускового момента  $M_{\text{н*}} = 2,2$ . Определить мощность  $P_{1\text{ном}}$ , коэффициент мощности и КПД в номинальном режиме работы, а также пусковой ток и пусковой момент.

*Ответ:*  $P_{1\text{ном}} = 80,6$  кВт;  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,87$ ;  $\eta_{\text{ном}} = 0,93$ ;  $I_{\text{н}} = 1,06$  кА;  $M_{\text{н}} = 1076$  Н·м.

**6.3.7.** Для двигателя с фазным ротором известны следующие номинальные данные: активная мощность  $P_{1\text{ном}} = 8,9$  кВт, напряжение 380/220 В, коэффициент мощности  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,82$ , ток фазы обмотки ротора  $I_{2\text{ном}} = 35$  А. Известны также активные сопротивления фаз обмоток статора  $R_1 = 0,65$  Ом и ротора  $R_2 = 0,25$  Ом в нагретом состоянии, мощность потерь в стали  $P_{\text{ст1}} = 170$  Вт, мощность механических потерь  $P_{\text{мех}} = 90$  Вт. Определить КПД при номинальной нагрузке.

*Ответ:*  $\varphi_{\text{ном}} = 0,84$ .

**6.3.8.** Четырехполюсный трехфазный двигатель с короткозамкнутым ротором единой серии 4А с повышенным пусковым моментом имеет следующие технические данные: мощность  $P_{\text{ном}} = 11$  кВт, напряжение 380/220 В, частота сети  $f = 50$  Гц, КПД  $\eta_{\text{ном}} = 0,87$ , коэффициент мощности  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,86$ , скольжение  $s_{\text{ном}} = 0,028$ , начальная кратность пускового тока  $I_{\text{н*}} = 7,5$ , начальная кратность пускового момента  $M_{\text{н*}} = 2,2$  и перегрузочная способность  $M_{\text{пmax*}} = 3$ . Определить номинальную частоту вращения, номинальный, пусковой и максимальный моменты, критическое скольжение, номинальный и пусковой токи двигателя.

*Ответ:*  $n_{2\text{ном}} = 1460$  об/мин;  $M_{\text{ном}} = 72$  Н·м;  $M_{\text{н}} = 158$  Н·м;  $M_{\text{пmax}} = 216$  Н·м;  $s_{\text{к}} = 0,163$ ;  $I_{1\text{ном}} = 22,4$  А;  $I_{\text{н}} = 168$  А.

**6.3.9.** Асинхронный двигатель с фазным ротором имеет следующие номинальные данные: мощность  $P_{\text{ном}} =$

= 40 кВт, частота вращения  $n_{2\text{ном}} = 1440$  об/мин, напряжение 380/220 В, ток ротора  $I_{2\text{ном}} = 225$  А и КПД  $\eta_{\text{ном}} = 0,9$ . Известны также сопротивления фаз обмоток статора  $R_1 = 0,0725$  Ом и ротора  $R_2 = 0,00865$  Ом при 20 °С, перегрузочная способность  $M_{\text{max}} = 2$ , напряжение между контактными кольцами  $U_{20} = 110$  В. Найти сопротивление пускового реостата в цепи ротора, при котором пусковой момент  $M_{\text{п}} = 0,8M_{\text{max}}$ .

Ответ:  $R_{\text{п}} = 0,107$  Ом.

6.3.10. Известны номинальные данные трехфазного двигателя с фазным ротором серии АК2: мощность  $P_{\text{ном}} = 30$  кВт, частота вращения  $n_{2\text{ном}} = 720$  об/мин, КПД  $\eta_{\text{ном}} = 0,875$ , коэффициент мощности  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,79$ , ток в фазе обмотки ротора  $I_{2\text{ном}} = 150$  А, а также критическое скольжение  $s_{\text{к}} = 0,14$ , кратность максимального момента  $M_{\text{max}} = 1,72$ , сопротивления фаз обмоток статора  $R_1 = 0,11$  Ом и ротора  $R_2 = 0,015$  Ом. Напряжение сети 380 В, обмотки статора соединены звездой. В номинальном режиме работы двигателя определить ток статора, мощность потерь в обмотках, сопротивление реостата для регулирования частоты вращения от 720 об/мин до 600 об/мин.

Ответ:  $I_{1\text{ном}} = 65,9$  А;  $P_{\text{ис1}} = 1594$  Вт;  $P_{\text{ис2}} = 1010$  Вт;  $R_{\text{д}} = 0,06$  Ом.

6.3.11. Паспортные данные трехфазного асинхронного двигателя серии 4А: номинальное напряжение 380 В, номинальная мощность  $P_{\text{ном}} = 4,0$  кВт, номинальная частота вращения  $n_{2\text{ном}} = 1430$  об/мин. В таблице приведены значения КПД и коэффициента мощности при различных относительных значениях мощности двигателя. Рассчитать и построить в относительных единицах недостающие рабочие характеристики.

$P_{\text{г}}$	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
$\eta$	0,795	0,845	0,85	0,84	0,84
$\cos\varphi$	0,46	0,68	0,79	0,84	0,86

## ТРЕХФАЗНЫЕ СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

### 7.1. Общие положения

*Синхронная машина (СМ)* — это электрическая машина переменного тока, у которой частота вращения  $n$  ротора и частота  $f$  токов и ЭДС в обмотке якоря связаны строгим соотношением  $n = \frac{60f}{p}$ . В таких машинах в установившемся режиме работы результирующее магнитное поле и ротор вращаются с одинаковой скоростью (синхронно).

*Явнополюсная и неявнополюсная СМ* — машина с явно и неявно выраженными полюсами на роторе, где расположена обмотка возбуждения.

*Номинальные данные:* полная мощность  $S_{\text{ном}}$  (для двигателей — мощность  $P_{\text{ом}}$  механической энергии на валу), линейное напряжение  $U_{\text{ном}}$  и ток  $I_{\text{ном}}$ , коэффициент мощности  $\cos\varphi_{\text{ном}}$ , КПД  $\eta_{\text{ном}}$ , частота  $f$ , частота вращения  $n_{\text{ном}}$  ротора, напряжение  $U_{\text{вном}}$  и ток  $I_{\text{вном}}$  обмотки возбуждения.

В данном пособии проводится анализ электромагнитных процессов только в неявнополюсных СМ ввиду ограниченного объема издания.

### 7.2. Синхронные генераторы

**7.2.1. Электромагнитные процессы при нагрузке. Основные положения и формулы ЭДС, индуцируемые в фазной обмотке якоря (статора)**

основным магнитным потоком  $\Phi_0$  возбуждения

$$\underline{E}_0 = -j4,44j\omega k\Phi_{0m} = jC_0 n \Phi_{0m}, \quad (7.1)$$

магнитным потоком  $\Phi_a$  якоря

$$\underline{E}_a = -j4,44\omega k \Phi_{am} = -jX_a \underline{I}, \quad (7.2)$$

магнитным потоком  $\Phi_{a \text{ рас}}$  рассеяния якоря

$$\underline{E}_{a \text{ рас}} = -jX_{a \text{ рас}} \underline{I}, \quad (7.3)$$

где  $\omega$  — число витков фазной обмотки якоря,  $k$  — ее обмоточный коэффициент,  $X_a$  и  $X_{a \text{ рас}}$  — главное индуктивное сопротивление фазной обмотки якоря и ее индуктивное сопротивление рассеяния, обусловленные магнитными потоками  $\Phi_a$  и  $\Phi_{a \text{ рас}}$ ,  $\Phi_{0m}$  и  $\Phi_{am}$  — амплитудные значения магнитных потоков  $\Phi_0$  и  $\Phi_a$ ,  $I$  — ток якоря.

Результирующее магнитный поток и ЭДС, участвующие в основном процессе преобразования энергии

$$\underline{\Phi} = \underline{\Phi}_0 + \underline{\Phi}_a, \quad \underline{E} = \underline{E}_0 + \underline{E}_a. \quad (7.4)$$

Уравнение напряжения

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{E}_0 - R + j(X_a + X_{a \text{ рас}}) \underline{I} = \underline{E}_0 - jX_a \underline{I} = \\ &= \underline{E} - jX_{a \text{ рас}} \underline{I}, \end{aligned} \quad (7.5)$$

где  $R$  — активное, а  $X_0 = X_a + X_{a \text{ рас}}$  — полное индуктивное сопротивление фазной обмотки якоря. Здесь и далее принято  $R = 0$  в связи с тем, что  $R \ll X_0$ .

Уравнению (7.5) соответствуют векторные диаграммы, представленные на рис. 7.1: а) для активно-индуктивной и б) активно-емкостной нагрузок генератора.

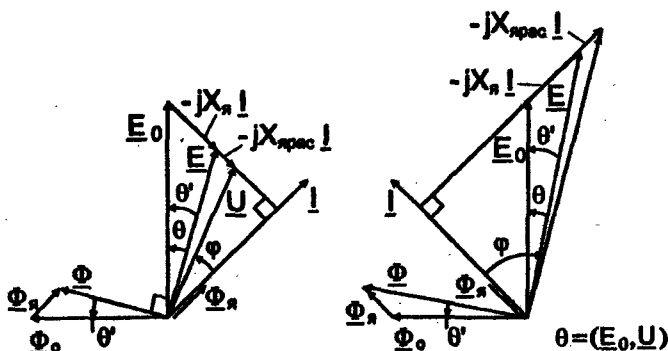


Рис. 7.1

**Угол нагрузки** — пространственный угол между осями результирующего магнитного потока  $\Phi$  и потока возбуждения  $\Phi_0$ . Поскольку  $X_{я} \gg X_{я\text{ рас}}$  углы  $\theta'$  и  $\theta$  практически равны, поэтому в дальнейшем под углом нагрузки будем считать угол  $\theta$ .

**Реакция якоря** — влияние магнитного потока  $\Phi_{я}$  на результирующий магнитный поток. Из векторных диаграмм (см. рис. 7.1) видно, что при активно-индуктивной нагрузке реакция якоря приводит к уменьшению результирующего магнитного потока, а при активно-емкостной нагрузке — к его увеличению.

**Электромагнитные мощность и момент**

$$P_{эм} = \frac{mUE_0}{X_c} \sin\theta, \quad M_{эм} = M = \frac{mUE_0}{\omega X_c} \sin\theta, \quad (7.6)$$

где  $m$  — число фаз обмотки якоря,  $\omega = \pi n/30$  — угловая скорость вращения ротора.

**Полная, активная и реактивная мощности:**

$$\left. \begin{aligned} S &= mUI = \frac{mUE_0}{X_c}, \\ P &= mUI \cos\varphi = \frac{mUE_0}{X_c} \sin\theta, \\ Q &= nUI \sin\varphi = \frac{mUE_0}{X_c} \cos\theta, \end{aligned} \right\} \quad (7.7)$$

где  $U$  и  $I$  — действующие значения фазных напряжения и тока якоря.

Мощность механической энергии на валу генератора, мощность потерь в нем и КПД определяют по формулам (4.5), (4.6) и (4.9) (см. раздел 4, МПТ).

Режим работы синхронной машины обычно характеризуется значениями напряжения  $U$  и тока  $I$  якоря, сдвигом фаз и током  $I_v$  возбуждения (или ЭДС  $E_0$ ), причем для каждой из указанных величин справедливы следующие соотношения:

$$E_0 = \sqrt{(U \cos\varphi)^2 + (U \sin\varphi + X_c I)^2}, \quad (7.8)$$

$$I = \frac{-U \sin\varphi + \sqrt{(U \sin\varphi)^2 + (E_0^2 - U^2)}}{X_c}. \quad (7.9)$$



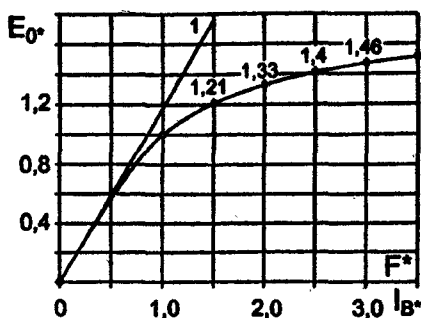


Рис. 7.2

$$U = -X_c I \sin \varphi + \sqrt{E_0^2 - X_c^2 I^2 \cos^2 \varphi}, \quad (7.10)$$

$$\varphi = \arcsin \frac{E_0^2 - U^2 - X_c^2 I^2}{2UIX_c}. \quad (7.11)$$

Расчеты, анализ электромагнитных процессов в машине, построение векторных диаграмм существенно упрощаются, если пользоваться относительными значениями электрических величин. Приняв за базисные (единичные) полную номинальную мощность  $S_{\text{ном}}$ , номинальные фазные напряжение  $U_{\text{ф ном}}$  и ток  $I_{\text{ф ном}}$ , ток возбуждения  $I_{\text{в0}}$ , при котором  $E_0 = U_{\text{ф ном}}$ , и полное сопротивление фазной обмотки  $Z = U_{\text{ф ном}}/I_{\text{ф ном}}$  имеем

$$\left. \begin{aligned} U_* &= U/U_{\text{ф ном}}, \quad E_{0*} = E_0/U_{\text{ф ном}}, \\ I_* &= I/I_{\text{ф ном}}, \quad I_* = I_{\text{в}}/I_{\text{в0}}, \\ P_* &= P/S_{\text{ном}} = U_* I_* \cos \varphi = (U_* E_{0*} \sin \theta)/X_{c*}, \\ Q_* &= Q/S_{\text{ном}} = U_* I_* \sin \varphi = (U_* E_{0*} \cos \theta)/X_{c*}, \\ X_{c*} &= X_c/Z, \quad X_{\text{я}*} = X_{\text{я}}/Z, \quad X_{\text{я рас}*} = X_{\text{я рас}}/Z. \end{aligned} \right\} \quad (7.12)$$

Приведенные выше формулы справедливы и для величин в относительных единицах (о. е.) и упрощаются при  $U = U_{\text{ф ном}}$ , так как в этом случае  $U_* = 1$ .

**7.2.2. Характеристики синхронного генератора при работе на автономную нагрузку.**

Характеристика холостого хода:  $E_0(I_a)$  при  $I = 0$  и  $n = \text{const}$ . Нормальная характеристика холостого хода для неявнополюсных синхронных машин, используемая при расчетах, приведена на рис. 7.2, где 1 — спрямленная характеристика (без учета насыщения).

Внешние характеристики  $-U(I)$  при неизменных  $I_a$ ,  $\cos\phi$  и  $n$  (или  $f$ ).

Регулировочные характеристики  $-I_a(I)$  при неизменных  $U$ ,  $\cos\phi$  и  $n$ .

Внешние и регулировочные характеристики СМ с ненасыщенной магнитной цепью можно рассчитать по формулам (7.8) и (7.10) или определить с помощью векторных диаграмм. Расчет характеристик с учетом насыщения показан в примерах решения задач.

### 7.2.3. Работа синхронного генератора параллельно с сетью.

Условие включения — идентичность трехфазных систем напряжений генератора и энергосистемы в момент включения, как показано на рис. 7.3, где сплошными линиями изображена трехфазная система напряжений энергосистемы, а штриховыми — генератора. Следовательно, в момент включения необходимо обеспечить: а) равенство действующих значений напряжений сети и генератора  $U_c = U_r = E_0$ ; б) совпадение по фазе  $\underline{U}_c$  и  $E_0 = \underline{U}_r$ ; в) равенство частот  $f = f_r$  и г) одинаковый порядок следования фаз энергосистемы и генератора.

В момент включения  $I_a = I_{a0}$ ,  $E_0 = U_c$ ,  $I = 0$ , или в относительных единицах  $I_{a*} = 1$ ,  $E_{0*} = U_{c*} = 1$ ,  $I_* = 0$ .

Уравнение напряжения

$$\underline{U}_c = \underline{E}_0 - jX_c \underline{I} = \text{const.} \quad (7.13)$$

Ток якоря генератора:

$$I = \frac{E_0 - U_c}{jX_c} = -j \frac{\Delta U}{X_c}. \quad (7.14)$$

Электромагнитные мощность и момент, полная, активная и реактивная мощности описываются уравнениями (7.6) и (7.7) при  $U = U_c$ .

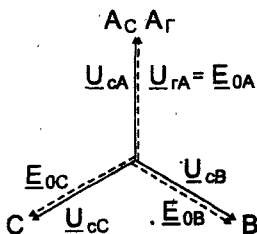


Рис. 7.3

*U-образные характеристики* — зависимости  $I(I_a)$  при неизменных напряжениях, частоте сети и  $P = \text{const}$ .

При регулировании реактивной мощности в условиях *U-образных характеристик* активная составляющая тока якоря  $I_a = \text{const}$  и ток якоря  $I = I_a + I_p$  изменяется за счет изменения реактивной составляющей  $I_p$  тока.

*Угловые характеристики* — зависимости  $P(\theta)$  и  $M(\theta)$  при  $I_a = \text{const}$  и неизменных напряжениях  $U_c = E_0 - jX_c I = \text{const}$  и частоте  $f_c$  сети (см. ур. 7.6). В относительных единицах

$$P_* = M_* = \frac{E_{0*}}{X_{c*}} \sin \theta. \quad (7.15)$$

*Максимальные мощность и момент при  $I_a = \text{const}$*

$$\left. \begin{aligned} P_m &= m U_c E_0 / X_c, \\ M_m &= m U_c E_0 / (\omega X_c), \\ P_{m*} &= M_{m*} = E_{0*} / X_{c*}. \end{aligned} \right\} \quad (7.16)$$

*Статическая перегружаемость*

$$P_{\max*} = \frac{P_{m \text{ ном}}}{P_{\text{ном}}} = \frac{E_{0 \text{ ном*}}}{X_{c*} \cos \varphi_{\text{ном}}}, \quad (7.17)$$

где  $P_{m \text{ ном}}$  — максимальная мощность при  $I_a = I_{a \text{ ном}}$  ( $E_0 = E_{0 \text{ ном}}$ ),  $P_{\text{ном}}$  — номинальная активная мощность генератора,  $\cos \varphi_{\text{ном}}$  — номинальный коэффициент мощности. Для неявнополюсных СМ  $P_{\max*} \geq 1.7$ .

*Область устойчивой работы:*  $0 < \theta < \pi/2$ ,  $P_{\max*} > 1$ .

### 7.3. Синхронные двигатели

Уравнению напряжения для удобства построения векторных диаграмм придают вид

$$\underline{U}_c = \underline{E}_0 + jX_c \underline{I} = \text{const}. \quad (7.18)$$

*Вращающий момент, полная, активная и реактивная мощности* — см. уравнения (7.6) и (7.7).

*Угловые характеристики* соответствуют уравнению (7.15) при отрицательных углах нагрузки.

*U-образные характеристики* аналогичны характеристикам генератора.

*Рабочие характеристики* — зависимости тока якоря  $I$ , вращающего момента  $M$ , коэффициента мощности  $\cos\varphi$  и КПД  $\eta$  от полезной механической мощности  $P$ , при  $I_n = \text{const}$  и  $U_c = U_{\text{ном}} = \text{const}$ .

*Кратность максимального момента (перегрузочная способность)*

$$M_{\text{max}} = \frac{M_{\text{н ном}}}{M_{\text{ном}}} = E_{0 \text{ ном}} / (X_c \cos\varphi_{\text{ном}}), \quad (7.19)$$

где  $M_{\text{н ном}} = \frac{m U_c E_{0 \text{ ном}}}{\omega X_c}$  — максимальный вращающий момент при токе возбуждения  $I_n = I_{\text{н ном}}$ ;  $M_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} / \omega$  — номинальный вращающий момент.

*Область устойчивой работы:*  $-\pi/2 < \theta < 0$ .

*Уравнения равновесия моментов* — см. разд. 4, уравнения (4.11)—(4.11а).

## 7.4. Примеры

**7.4.1.** Пренебрегая насыщением, найти напряжение на зажимах неявнополюсного синхронного генератора и построить векторную диаграмму при  $I_{\text{ном}} = 650$  А,  $\cos\varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ) и токе возбуждения  $I_n = 280$  А, если току возбуждения  $I_n = 132$  А по спрямленной характеристике холостого хода соответствует ЭДС  $E = U_{\phi \text{ ном}} = 3,64$  кВ. Генератор имеет нормальную характеристику холостого хода (см. рис. 7.2), синхронное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 9$  Ом. Обмотки статора соединены звездой.

*Решение.*

1. Относительные значения тока, ЭДС и индуктивного сопротивления

$$E_* = 1, \quad I_* = 1, \quad X_{c*} = X_c / Z = 9 / 5,6 = 1,61,$$

где  $Z = U_{\phi \text{ ном}} / I_{\text{ном}} = 3640 / 650 = 5,6$  Ом.

2. По спрямленной характеристике холостого хода (см. рис. 7.2) ЭДС  $E_* = 1$  соответствует относительное значение тока возбуждения  $I_{n*} = 0,862$ .

3. Относительное значение тока возбуждения при  $I_{\text{ном}} = 650$  А.

$$I_{\text{вн}^*} = I_{\text{в}^*} I_{\text{вн}} / I_{\text{в}} = 0,862 \cdot 280 / 132 = 1,83.$$

4. Току  $I_{\text{вн}^*} = 1,83$  по спрямленной характеристике холостого хода соответствует ЭДС  $E_{0^*} = 2,12$ .

5. Сдвиг фаз  $\varphi = \arccos(0,8) = 37^\circ$ .

6. Фазное напряжение генератора в соответствии с (7.10) в о. е.

$$\begin{aligned} U_* &= -X_{c*} I_* \sin \varphi + \sqrt{E_{0*}^2 - (X_{c*} I_* \cos \varphi)^2} = \\ &= -1,61 \cdot 0,6 + \sqrt{2,12^2 - (1,61 \cdot 0,8)^2} = 0,717. \end{aligned}$$

Следовательно, фазное напряжение генератора составляет

$$U = U_* \cdot U_{\text{ф ном}} = 0,717 \cdot 3,64 = 2,62 \text{ кВ},$$

а линейное напряжение на зажимах генератора равно  $U_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot 2,62 = 4,54$  кВ.

7. Векторная диаграмма, построенная по данным расчета, приведена на рис. 7.4.

7.4.2. Определить с учетом насыщения ток возбуждения  $I_{\text{в ном}}$  турбогенератора в номинальном режиме при  $I_{\text{ном}} = 700$  А,  $U_{\text{ном}} = 6,3$  кВ и  $\cos \varphi = 1$  и напряжение холостого хода при сбросе нагрузки, если в режиме холостого хода ток возбуждения  $I_{\text{в0}} = 132$  А, а индуктивные сопротивления обмотки якоря соответственно

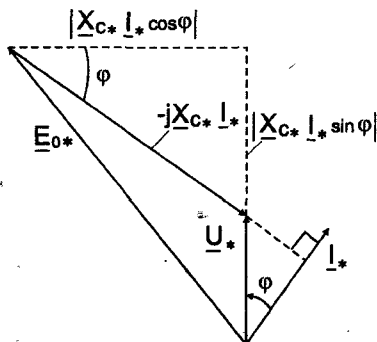


Рис. 7.4

равны  $X_a = 12,8 \text{ Ом}$  и  $X_{a, \text{рас}} = 1,09 \text{ Ом}$ . Обмотка якоря соединена звездой. Генератор имеет нормальную характеристику намагничивания и холостого хода.

### Решение.

При насыщенной магнитной цепи магнитный поток  $\Phi$  не линейно зависит от тока возбуждения  $I_a$  или, что то же, от магнитодвижущей силы (МДС) (см. рис. 7.2). В связи с этим, при определении результирующего магнитного потока  $\Phi$  и, следовательно, ЭДС  $E$  необходимо пользоваться нормальной характеристикой намагничивания и уравнением МДС  $F = E_0 + E_a'$ , где  $F$  — результирующая МДС,  $E_0$  — МДС возбуждения,  $E_a'$  — МДС якоря, приведенная к обмотке возбуждения.

Для решения поставленной задачи необходимы графические построения с использованием векторной диаграммы напряжений по (7.5), диаграммы МДС в соответствии с приведенным уравнением МДС и нормальной характеристики намагничивания и холостого хода (см. рис. 7.2).

Решение целесообразно проводить в относительных единицах.

1. Определяют фазное напряжение и полное сопротивление фазной обмотки якоря

$$U_{\phi \text{ ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}} = \frac{6,3}{\sqrt{3}} = 3,64 \text{ кВ};$$

$$Z = \frac{U_{\phi \text{ ном}}}{I_{\text{ном}}} = \frac{3640}{700} = 5,2 \text{ Ом}.$$

2. Находят относительные значения напряжения, токов и сопротивлений

$$U_* = 1, I_* = 1, I_{a*} = 1,$$

$$X_{a*} = 12,8/5,2 = 2,46, X_{a, \text{рас}*} = 1,09/5,2 = 0,21.$$

3. Строят нормальную характеристику намагничивания и холостого хода (рис. 7.5).

4. Вектор напряжения  $\underline{U}_*$  в масштабе  $E_*$  совмещают с осью ординат характеристики намагничивания (точка 1). На том же рисунке строят вектор тока  $\underline{I}_*$  в соответствии с заданным значением  $\cos \varphi$ . В данном случае ток и напряжение совпадают по фазе.

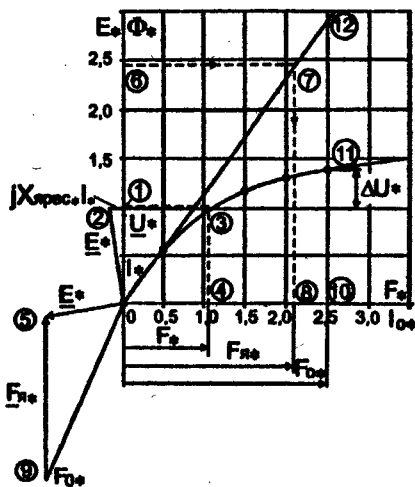


Рис. 7.5

5. В соответствии с (7.5) находят ЭДС  $E_*$ , индуцированную результирующим магнитным потоком,

$$\underline{E}_* = \underline{U}_* + jX_{\text{я рас}} \underline{I}_* = 1 + j0,21 \cdot 1e^{90^\circ} = 1,02e^{j12^\circ}$$

и на векторной диаграмме напряжений строят векторы  $jX_{\text{я рас}} \underline{I}_*$  и  $\underline{E}_*$  (точка 2).

6. Пользуясь нормальной характеристикой намагничивания и холостого хода по найденному значению  $E_*$  (точка 3), находят результирующую МДС  $F_* = 1,05$  (точка 4).

7. На диаграмме МДС строят комплекс  $\underline{F}_*$ , опережающий вектор  $\underline{E}_*$  на угол  $\pi/2$  (точка 5).

8. При номинальном токе якоря определяют действующее значение ЭДС, индуцированной магнитным потоком якоря, как  $E_{*a} = X_{*a} I_* = 2,46$  и по спрямленной характеристике намагничивания находят соответствующую этой ЭДС эквивалентную МДС якоря  $F_{*a} = 2,1$  (точки 6, 7 и 8).

9. Имея в виду, что МДС  $F_{*a}$  якоря совпадает по фазе с током  $I_*$  якоря, а  $\underline{F} = \underline{F}_0 + \underline{F}_{*a}$ , графически определяют МДС возбуждения  $F_{0*} = 2,5$  (точка 9).

10. МДС возбуждения  $F_{0*} = 2,5$  соответствует ток возбуждения  $I_{*0} = 2,5$  в относительных единицах (точка 10).

11. Абсолютное значение тока возбуждения в номинальном режиме

$$I_{\text{вном}} = I_{\text{в*}} I_{\text{вн}} = 2,5 \cdot 132 = 330 \text{ А.}$$

12. При токе возбуждения  $I_{\text{в*}} = 2,5$  по характеристике холостого хода находят относительное значение ЭДС  $E_{0*} = 1,4$  (точка 11) при насыщенной магнитной цепи и  $E_{0*} = 2,92$  — при ненасыщенной магнитной цепи (точка 12).

13. Определяют напряжение холостого хода при сбросе нагрузки в машине с насыщенной магнитной цепью  $U_{0*} = E_{0*} = 1,4$  или  $U_0 = U_{0*} \cdot U_{\text{фном}} = 1,4 \cdot 3,64 = 5,1 \text{ кВ.}$  В машине с ненасыщенной магнитной цепью  $U'_{0*} = 2,92$  и  $U'_0 = 2,92 \cdot 3,64 = 10,5 \text{ кВ.}$  Учет насыщения при других значениях тока якоря и  $\cos\phi$  производится аналогично.

7.4.3. Синхронный генератор, работающий параллельно с сетью, имеет номинальные данные:  $S_{\text{ном}} = 3,75 \text{ МВ·А, } U_{\text{ном}} = 6,3 \text{ кВ, } \cos\phi_{\text{ном}} = 0,8, I_{\text{в ном*}} = 1,94.$  Обмотка якоря соединена звездой. Полное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 16,2 \text{ Ом.}$  Определить угловую характеристику генератора, его статическую перегружаемость и угол нагрузки в номинальном режиме. Как изменится угол нагрузки, если: а) при номинальном токе возбуждения вращающий момент, приложенный к валу генератора, уменьшится в два раза; б) при номинальной мощности ток возбуждения уменьшить до  $I_{\text{в*}} = 0,75 I_{\text{в ном*}}?$

*Решение.*

1. Номинальная активная мощность генератора

$$P_{\text{ном}} = S_{\text{ном}} \cos\phi_{\text{ном}} = 3,75 \cdot 0,8 = 3 \text{ МВт.}$$

2. Номинальное фазное напряжение

$$U_{\text{ф ном}} = U_{\text{ном}} / \sqrt{3} = 6,3 / \sqrt{3} = 3,64 \text{ кВ.}$$

3. Току возбуждения  $I_{\text{в ном*}} = 1,94$  по спрямленной характеристике холостого хода (см. рис. 7.2) соответствует ЭДС  $E_{0 \text{ ном*}} = 2,25$ , или в абсолютных единицах

$$E_{0 \text{ ном}} = 2,25 \cdot U_{\text{ф ном}} = 2,25 \cdot 3,64 = 8,19 \text{ кВ.}$$

4. Максимальная мощность генератора при номинальном токе возбуждения в соответствии с (7.16)



$$P_{\text{т ном}} = 3 \cdot 3640 \cdot 8190/16,2 = 5,52 \text{ МВт.}$$

5. Уравнение угловой характеристики в номинальном режиме по (7.6)

$$P_{\text{эм}} = P_{\text{т ном}} \sin \theta = 5,52 \cdot \sin \theta \text{ МВт.}$$

6. Статическая перегружаемость по (7.17)

$$P_{\text{max}} = P_{\text{т ном}}/P_{\text{ном}} = 5,52/3 = 1,84.$$

7. В соответствии с (7.7) и (7.16) активная мощность генератора в номинальном режиме  $P_{\text{ном}} = P_{\text{т ном}} \sin \theta_{\text{ном}}$ , откуда угол нагрузки в номинальном режиме

$$\theta_{\text{ном}} = \arcsin (P_{\text{ном}}/P_{\text{т ном}}) = \arcsin (3/5,52) = 33^\circ.$$

8. Угол нагрузки при номинальном токе возбуждения и уменьшении вращающего момента в два раза (аналогично пункту 7)  $\theta' = \arcsin (1,5/5,52) = 15,8^\circ$ , так как, если пренебречь мощностью потерь в машине, при уменьшении момента в два раза активная мощность генератора  $P = \omega M$  также уменьшится в два раза и составит  $P = 0,5 P_{\text{ном}} = 1,5 \text{ МВт.}$

9. При уменьшении тока возбуждения до  $I_{\text{в}*} = 0,751 I_{\text{в ном}*} = 1,45$  максимальная мощность также уменьшится и составит

$$P_{\text{т}} = P_{\text{т ном}} (E_{0*}/E_{0 \text{ ном}*}) = 5,52 \cdot (1,69/2,25) = 4,14 \text{ МВт,}$$

где  $E_{0*} = 1,69$  соответствует току возбуждения  $I_{\text{в}*} = 1,45$  по спрямленной характеристике холостого хода.

10. Угол нагрузки при  $I_{\text{в}*} = 1,45$  и номинальной мощности

$$\theta = \arcsin (3/4,14) = 46,5^\circ.$$

7.4.4. Синхронный двигатель типа СДН-14-49-6 имеет номинальные данные  $P_{\text{ном}} = 1 \text{ МВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 6 \text{ кВ}$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 95,2\%$ ,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$  ( $\varphi < 0$ ). Кратность пускового тока  $I_{\text{п}*} = 6,4$ , пускового момента  $M_{\text{п}*} = 0,95$  и максимального момента  $M_{\text{м}*} = 2,0$ . Число полюсов  $2p = 6$ . Частота сети 50 Гц. Обмотка якоря соединена звездой. Определить

угловую скорость вращения ротора, номинальный и пусковой токи, номинальный, пусковой и максимальный моменты. Написать уравнение для угловой характеристики и определить угол нагрузки в номинальном режиме. Без учета насыщения построить векторную диаграмму напряжений для номинального режима и определить, пользуясь ею, относительные значения синхронного индуктивного сопротивления обмотки якоря  $X_{c*}$  и ЭДС возбуждения  $E_{0*}$ .

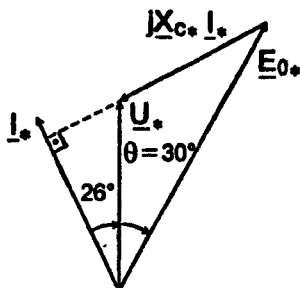


Рис. 7.6

*Решение.*

1. Частота вращения магнитного поля и ротора

$$n = 60f/p = 60 \cdot 50/3 = 1000 \text{ об/мин.}$$

2. Угловая скорость вращения ротора

$$\omega = \pi n/30 = \pi \cdot 1000/30 = 105 \text{ рад/с.}$$

3. Мощность электрической энергии, потребляемой из сети в номинальном режиме

$$P_{1\text{ном}} = P_{\text{ном}}/\eta_{\text{ном}} = 1/0,952 = 1,05 \text{ МВт.}$$

4. Номинальный ток якоря

$$I_{\text{ном}} = P_{1\text{ном}}/(\sqrt{3}U_{\text{ном}} \cos\varphi_{\text{ном}}) =$$

$$= 1,05 \cdot 10^6 / (1,73 \cdot 6000 \cdot 0,9) = 112 \text{ А.}$$

5. Пусковой ток якоря

$$I_{\pi} = I_{\pi*} I_{\text{ном}} = 6,4 \cdot I_{\text{ном}} = 6,4 \cdot 112 = 718 \text{ А.}$$

6. Номинальный вращающий момент двигателя

$$M_{\text{ном}} = P_{\text{ном}}/\omega = 1 \cdot 10^6/105 = 9,52 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

### 7. Пусковой момент

$$\begin{aligned} M_{\text{п}} &= M_{\text{п}} M_{\text{ном}} = 0,95 \cdot M_{\text{ном}} = \\ &= 0,95 \cdot 9,52 = 9,05 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

### 8. Максимальный вращающий момент

$$\begin{aligned} M_{\text{м}} &= M_{\text{м}} M_{\text{ном}} = 2M_{\text{ном}} = \\ &= 2 \cdot 9,52 = 19,04 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

9. Уравнение угловой характеристики в соответствии с (7.6) и (7.16)

$$M_{\text{эм}} = M_{\text{м}} \sin\theta = 19,05 \sin\theta.$$

10. На основании уравнения равновесия моментов в установившемся режиме

$$M_{\text{ном}} = M_{\text{эм}} \text{ при } \theta = \theta_{\text{ном}}, \text{ т. е. } M_{\text{ном}} = 19,05 \sin\theta_{\text{ном}}.$$

11. Угол нагрузки в номинальном режиме

$$\theta_{\text{ном}} = \arcsin(9,52/19,05) = 30^\circ.$$

12. Векторная диаграмма двигателя, построенная в относительных единицах по известным  $U$ ,  $I_{\text{ном}}$ ,  $\varphi$  и  $\theta_{\text{ном}}$ , приведена на рис. 7.6. Из нее находим  $X_{\text{с}} = 0,87$  и  $E_0 = 1,6$ .

## 7.5. Задачи

7.5.1. Вычислить ЭДС  $E_0$  возбуждения и построить векторную диаграмму напряжений турбогенератора, работающего в номинальном режиме, если известны  $U_{\text{ном}} = 0,4 \text{ кВ}$ ,  $I_{\text{ном}} = 1,8 \text{ кА}$  и  $\cos\varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ), полное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_{\text{с}} = 0,211 \text{ Ом}$ . Обмотка якоря соединена звездой (такое соединение обмоток якоря принято и далее). Насыщением магнитной цепи пренебречь.

О т в е т:  $E_0 = 550 \text{ В}$ .

7.5.2. Турбогенератор возбужден так, что при токе якоря  $I = 2150$  А и коэффициенте мощности  $\cos\varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ) линейное напряжение на его зажимах  $U_{\text{ном}} = 0,4$  кВ. Без учета насыщения определить ЭДС  $E_0$  возбуждения машины, если главное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_a = 0,17$  Ом, а индуктивное сопротивление рассеяния обмотки якоря  $X_{a \text{ рас}} = 0,015$  Ом.

О т в е т:  $E_0 = 620$  В.

7.5.3. Пренебрегая насыщением, найти напряжение на зажимах неявнополюсного генератора при  $I = 4660$  А,  $\cos\varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ) и  $I_a = 348$  А. Полное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 2,38$  Ом. Току возбуждения  $I_{\text{в}} = 150$  А на спрямленной характеристике холостого хода соответствует ЭДС  $E_0 = U_{\phi \text{ ном}} = 6,3$  кВ. Построить векторную диаграмму напряжений генератора.

О т в е т: 8,6 кВ.

7.5.4. Определить ток якоря турбогенератора при  $U_{\text{ном}} = 6,3$  кВ и коэффициенте мощности  $\cos\varphi = 0,8$ , если известны ЭДС возбуждения генератора  $E_0 = 7,5$  кВ и полное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 32,9$  Ом. Влиянием насыщения пренебречь.

О т в е т: 144 А.

7.5.5. Определить коэффициент мощности и построить векторную диаграмму напряжений генератора, если при токе якоря  $I = 17$  кА фазное напряжение на зажимах генератора  $U_{\phi} = 11,55$  кВ, а ЭДС возбуждения  $E_0 = 25$  кВ. Полное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 1,64$  Ом. Влиянием насыщения пренебречь.

О т в е т: 0,896.

7.5.6. Номинальная активная мощность турбогенератора  $P_{\text{ном}} = 200$  МВт при  $\cos\varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ). Номинальное напряжение генератора  $U_{\text{ном}} = 15,75$  кВ. Ток возбуждения, соответствующий номинальному напряжению при холостом ходе,  $I_{\text{в}} = 1880$  А. Определить ток возбуждения генератора при номинальной нагрузке, если индуктивное сопротивление рассеяния обмотки якоря  $X_{a \text{ рас}} = 0,2$  Ом, а полное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 1,94$  Ом. В расчетах пользоваться нормальной характеристикой холостого хода.

О т в е т: 4600 А.

7.5.7. Коэффициент полезного действия турбогенератора  $\eta = 97,2\%$ , номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 10,5$  кВ, номинальный ток  $I_{\text{ном}} = 1,7$  кА, коэффициент мощности  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ). Мощность всех видов потерь  $\Sigma P_{\text{д}} = 721$  кВт. Число пар полюсов обмотки якоря  $p = 1$ , частота ЭДС якоря  $f = 50$  Гц. Определить вращающий момент турбины.

Ответ: 81,1 кН·м.

7.5.8. Номинальное напряжение синхронного генератора  $U_{\text{ном}} = 0,4$  кВ, фазный ток якоря  $I = 54$  А, коэффициент мощности  $\cos\varphi = 0,8$ . Вычислить КПД генератора, если мощность магнитных потерь составляет 0,8 кВт, мощность электрических потерь 1,5 кВт, а мощность механических потерь и потерь на возбуждение составляет  $2/3$  от мощности электрических потерь.

Ответ: 90%.

7.5.9. Номинальные мощность турбогенератора  $S_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} = 25$  МВт и напряжение  $U_{\text{ном}} = 10,5$  кВ. Определить КПД генератора в номинальном режиме с учетом и без учета электрических потерь в обмотке якоря, если активное сопротивление фазной обмотки якоря  $R = 0,005$  Ом, а мощность механических, магнитных и потерь на возбуждение составляет 585 кВт.

Ответ: 97,6%; 97,7%.

7.5.10. Вычислить мощность механической энергии, КПД и электромагнитный момент генератора при  $U_{\text{ном}} = 0,4$  кВ,  $I_{\text{ном}} = 60$  А,  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ , если электрическая энергия на возбуждение подводится от независимого источника возбуждения, а мощность всех остальных видов потерь составляет 3,16 кВт. Число полюсов машины  $2p = 4$ , частота тока якоря  $f = 50$  Гц.

Ответ: 36,3 кВт; 91%; 227 Н·м.

7.5.11. Номинальная мощность синхронного генератора  $S_{\text{ном}} = 1,25$  МВА, номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 0,4$  кВ. Пренебрегая насыщением, построить векторную диаграмму напряжений для токов  $I = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0$  при постоянном номинальном напряжении и сдвиге фаз  $\varphi = 37^\circ$ , если синхронное индуктивное

сопротивление обмотки якоря  $X_c = 0,21$  Ом. Построения проводить для величин в относительных единицах.

*О т в е т:*  $E_0 = 1,3; 1,7; 2,0; 2,4$ .

7.5.12. Генератор имеет номинальные данные:  $S_{\text{ном}} = 7,15$  МВ·А,  $U_{\text{ном}} = 6,3$  кВ,  $I_{\text{ном}} = 655$  А,  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ),  $I_{\text{э, ном}} = 2,1$ . Синхронное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 8,35$  Ом. Генератор имеет нормальную характеристику холостого хода. Пренебрегая насыщением, получить аналитические выражения в относительных единицах для регулировочных характеристик генератора при номинальном напряжении и коэффициентах мощности  $\cos\varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ),  $1,0$  и  $0,8$  ( $\varphi < 0$ ). Построить характеристики и объяснить их вид, пользуясь понятием о реакции якоря.

*О т в е т:*

$$I_{\text{э}} = \begin{cases} 0,862 \cdot \sqrt{1 + 1,8 \cdot 1 + 2,25 \cdot I_{\text{э}}^2}, & \cos\varphi = 0,8 (\varphi > 0), \\ 0,862 \cdot \sqrt{1 + 2,25 \cdot I_{\text{э}}^2}, & \cos\varphi = 1,0, \\ 0,862 \cdot \sqrt{1 - 1,8 \cdot 1 + 2,25 \cdot I_{\text{э}}^2}, & \cos\varphi = 0,8 (\varphi < 0). \end{cases}$$

7.5.13. Индуктивное сопротивление рассеяния обмотки якоря  $X_{\text{я рас}} = 0,122$ , главное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_{\text{я}} = 1,44$ . Построить регулировочные характеристики синхронного генератора при номинальном напряжении и  $\cos\varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ) с учетом и без учета насыщения. Машина имеет нормальную характеристику холостого хода.

*О т в е т:*  $I = 0 \quad 0,25 \quad 0,50 \quad 0,75 \quad 1,00$

$I_{\text{э}} = 0,862 \quad 1,00 \quad 1,37 \quad 1,67 \quad 1,99$

$I_{\text{э}} = 0,862 \quad 1,14 \quad 1,46 \quad 1,76 \quad 2,00$

(с учетом насыщения).

7.5.14. Синхронный генератор, номинальные данные которого приведены в задаче 7.12, работает на автономную нагрузку. Пренебрегая насыщением, получить аналитические выражения в относительных единицах для внешних характеристик генератора при тех же значениях коэффициента мощности. Построить характеристики

и объяснить их вид, пользуясь понятием о реакции якоря.

О т в е т:

$$U_* = \begin{cases} -0,9 \quad 1 + \sqrt{5,95 - 1,44 \cdot I_*^2}, \text{ соэф} = 0,8 (\varphi > 0), \\ \sqrt{5,95 - 2,25 \cdot I_*^2}, \text{ соэф} = 1,0, \\ 0,9 \quad 1 + \sqrt{5,95 - 1,44 \cdot I_*^2}, \text{ соэф} = 0,8 (\varphi < 0). \end{cases}$$

7.5.15. Определить номинальное изменение напряжения турбогенератора при сбросе нагрузки, если номинальный ток возбуждения  $I_{* \text{ ном}} = 1,5$ . Генератор имеет нормальную характеристику холостого хода.

О т в е т: 21%.

7.5.16. Синхронный генератор имеет следующие номинальные данные:  $S_{\text{ном}} = 15$  МВ·А,  $U_{\text{ном}} = 10,5$  кВ,  $\text{соэф}_{\text{ном}} = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ). Определить номинальное изменение напряжения при сбросе нагрузки, если ток возбуждения, соответствующий номинальному напряжению при холостом ходе,  $I_{*0} = 90$  А, индуктивное сопротивление рассеяния  $X_{\text{арс}} = 0,97$  Ом, синхронное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_s = 1,54$  Ом. Генератор имеет нормальную характеристику холостого хода.

О т в е т: 41%.

7.5.17. Синхронный генератор включается на параллельную работу с сетью. С помощью векторных диаграмм показать поведение ламп синхроскопов (рис. 7.7), если в момент включения не выполняется одно или несколько условий синхронизации: а)  $U_0 > E_0$ ; б)  $f_0 > f_s$ ; в)  $f_0 < f_s$ ; г)  $E_0 = U_0$ , но не совпадают по фазе; д)  $U_0 > E_0$  и не совпадают по фазе; е) неодинаков порядок следования

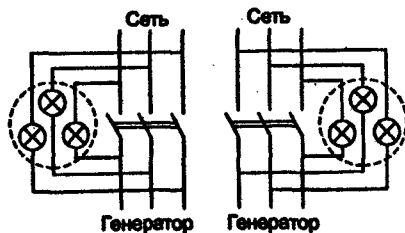


Рис. 7.7

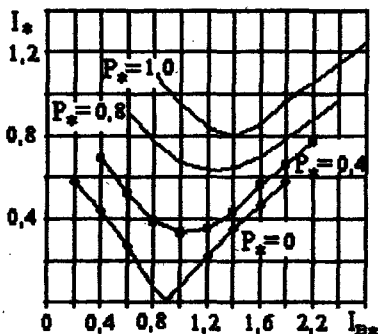


Рис. 7.8

фаз. Каково поведение ламп синхроскопов при выполнении всех условий синхронизации?

**7.5.18.** Синхронный генератор с  $S_{ном} = 250$  МВ·А и  $U_{ном} = 15,75$  кВ включается на параллельную работу с сетью. Синхронное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_s = 1,94$  Ом. Определить ток якоря в относительных единицах в момент включения, если  $E_0 = U_0$ , но сдвинуты по фазе на угол  $\alpha = 200^\circ$ . При каком сдвиге фаз ток якоря будет максимальным? Каково его значение?

**О т в е т:**  $I_a = 1,01$ ;  $\alpha = 180^\circ$ ;  $I_{макс}^* = 1,026$ .

**7.5.19.** Пользуясь  $U$ -образными характеристиками синхронного генератора (рис. 7.8), работающего параллельно с сетью, рассчитать и построить зависимости  $\cos \varphi (P_*)$  при различных и неизменных значениях тока возбуждения  $I_a^* = 0,862; 1,08; 1,2; 1,3$ . Показать участки кривых, соответствующие индуктивной и емкостной реактивной мощности.

**7.5.20.** Синхронный генератор работает параллельно с сетью при номинальном напряжении. Пользуясь его  $U$ -образными характеристиками (см. рис. 7.8), рассчитать и построить регулировочные характеристики генератора  $I_a^* (P_*)$  при двух значениях коэффициента мощности  $\cos \varphi = 1$  и  $\cos \varphi = 0,8$  ( $\varphi > 0$ ).

**7.5.21.** Синхронный генератор с  $S_{ном} = 81,25$  МВ·А и  $U_{ном} = 10,5$  кВ работает параллельно с сетью при токе возбуждения  $I_a = 385$  А. Ток возбуждения, соответствующий номинальному напряжению в режиме холостого



хода,  $I_{\text{я}} = 175$  А. Полное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 15,5$  Ом. Пользуясь нормальной характеристикой холостого хода, рассчитать и построить угловую характеристику генератора.

*О т в е т:*  $15,74 \sin \theta$  МВт.

7.5.22. Номинальная мощность синхронного генератора  $S_{\text{ном}} = 1,25$  МВ·А, номинальная активная мощность  $P_{\text{ном}} = 1$  МВт, индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_{c*} = 1,66$ , ЭДС возбуждения при номинальном токе возбуждения  $E_{\text{оном}*} = 2,4$ . Определить угловую характеристику, статическую перегружаемость и угол нагрузки генератора в номинальном режиме работы.

*О т в е т:*  $1,81 \sin \theta$  МВт;  $P_{\text{мах}*} = 1,81$ ;  $\theta = 33,5^\circ$ .

7.5.23. Сохранится ли статическая устойчивость синхронного генератора, работающего параллельно с сетью при номинальной активной мощности  $P_* = 0,8$ , если его перегрузить в 1,5 раза? Индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_{c*} = 1,2$ , ЭДС возбуждения при номинальном токе возбуждения  $E_{\text{оном}*} = 2$ .

7.5.24. Шести полюсный синхронный двигатель имеет  $P_{\text{ном}} = 6,3$  МВт,  $U_{\text{ном}} = 6$  кВ, частоту  $f = 50$  Гц,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$  ( $\varphi < 0$ ),  $\eta_{\text{ном}} = 97,1\%$ . Определить частоту вращения ротора, номинальный вращающий момент, ток якоря, активную и реактивную мощности.

*О т в е т:* 1000 об/мин; 60,2 кН·м; 694 А; 6,49 МВт и 8140 квар.

7.5.25. Восьмиполюсный синхронный двигатель имеет  $P_{\text{ном}} = 2$  МВт,  $U_{\text{ном}} = 6$  кВ,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$  ( $\varphi < 0$ ), частоту  $f = 50$  Гц. Известна кратность максимального момента  $M_{\text{м}*} = 2$ . Определить угловую скорость вращения ротора, номинальный и максимальный вращающие моменты, угол нагрузки в номинальном режиме и построить векторную диаграмму напряжений и тока без учета насыщения, если синхронное индуктивное сопротивление обмотки якоря  $X_c = 14,4$  Ом.

*О т в е т:* 78,5 рад/с;  $M_{\text{ном}} = 25,5$  Н·м;  $M_{\text{м}} = 51$  Н·м;  $\theta = 30^\circ$ .

7.5.26. Восьмиполюсный синхронный двигатель, номинальная мощность которого  $P_{\text{ном}} = 75$  кВт, имеет крат-

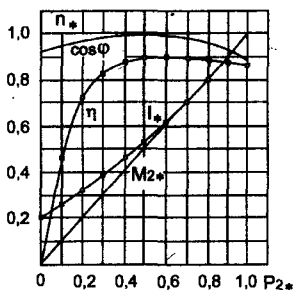


Рис. 7.9

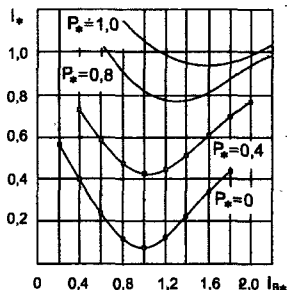


Рис. 7.10

ность максимального момента 1,65. Без учета насыщения и явнополюсности определить максимальный момент, при котором двигатель удерживается в синхронизме, если уменьшить ток возбуждения до  $0,5 I_{в\text{ ном}}$ . Машина имеет нормальную характеристику холостого хода. Частота сети 50 Гц.

**Ответ:** 788 Н·м.

**7.5.27.** Пользуясь рабочими характеристиками синхронного двигателя (рис. 7.9), определить полную, активную и реактивную мощности при  $P_{2*} = 0,25$  и  $0,75$ .

## 7.6. Контрольные задания

Технические данные синхронных двигателей приведены в табл. 7.1. Определить угловую скорость вращения ротора, номинальный и пусковой токи якоря, номинальный, максимальный и пусковой моменты, полную мощность  $S_{\text{ном}}$ . По U-образным характеристикам двигателя (рис. 7.10) определить коэффициент мощности при заданных в табл. 7.1 значениях тока возбуждения  $I_{в*}$  и полезной мощности  $P_{2*}$ . Без учета насыщения построить векторную диаграмму напряжения, соответствующую номинальному режиму, и угловую характеристику, отметив на ней точку при номинальной нагрузке.

Таблица 7.1

Технические данные трехфазных синхронных двигателей серии СДН с номинальными  $U_{\text{ном}} = 6 \text{ кВ}$  и  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,9$  ( $\varphi < 0$ ).

№ п/п	Тип двигателя	$P_{\text{ном}},$ МВт	$\eta_{\text{ном}},$ %	$M_{\text{п*}}$	$M_{\text{max*}}$	$I_{\text{п*}}$	$I_{\text{в*}}$	$P_{2*}$
1	СДН-14-44-10	0,63	93,8	0,80	2,0	5,4	1,2	0,8
2	СДН-14-56-10	0,80	94,4	0,85	2,1	5,7	1,4	0,8
3	СДН-15-39-10	1,00	94,6	0,80	2,1	5,8	1,5	0,8
4	СДН-15-49-10	1,25	95,1	0,85	2,1	5,8	1,6	0,4
5	СДН-15-64-10	1,60	95,7	0,95	2,1	6,2	1,4	0,8
6	СДН-14-48-8	0,80	84,8	0,75	2,0	5,4	1,7	0,0
7	СДН-14-59-8	1,00	95,4	0,95	2,0	5,6	1,6	0,4
8	СДН-15-39-8	1,25	94,8	0,85	2,0	4,8	1,5	0,4
9	СДН-15-49-8	1,60	95,6	1,10	2,0	5,0	1,4	0,4
10	СДН-15-64-6	2,50	96,4	1,10	2,0	5,8	1,2	0,4
11	СДН-15-76-6	3,20	96,6	1,10	2,0	6,1	1,4	0,0
12	СДН-16-84-6	5,00	96,8	1,00	2,0	6,8	1,7	0,0
13	СДН-15-71-8	3,20	96,4	1,10	2,0	5,9	1,4	0,8
14	СДН-16-86-8	4,00	96,7	1,30	2,0	6,5	1,5	0,8
15	СДН-17-76-8	6,30	96,9	0,80	2,0	6,7	1,5	0,4
16	СДН-14-49-6	1,00	95,2	0,95	2,0	6,4	1,5	0,0
17	СДН-14-59-6	1,25	95,8	1,30	2,0	6,3	1,5	0,4
18	СДН-15-39-6	1,60	95,7	0,95	2,0	4,8	1,5	0,8
19	СДН-15-49-6	2,00	95,9	1,00	2,0	5,5	1,6	0,0
20	СДН-16-69-6	4,00	96,5	0,90	2,0	6,0	1,6	0,4
21	СДН-16-104-6	6,30	97,1	0,95	2,0	6,9	1,6	0,8
22	СДН-14-59-8	1,00	95,4	0,95	2,0	5,6	1,7	0,4
23	СДН-15-39-8	1,25	94,8	0,85	2,0	4,8	1,7	0,8
24	СДН-16-54-8	2,50	95,8	1,30	2,0	5,3	1,5	0,8

*Примечание.* В таблице 7.1 последняя цифра в обозначении типа двигателя означает число полюсов машины. Частота сети  $f = 50 \text{ Гц}$ , соединение обмоток якоря — звезда.

## ВЫБОР ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

### 8.1. Основные сведения об электроприводе и режимах работы электродвигателей

Для приведения в движение производственных машин и механизмов используют электропривод, состоящий из электродвигателя, передаточного устройства и систем преобразования, управления и автоматизации. В некоторых случаях передаточные устройства и преобразователи (тока, частоты и другие) могут отсутствовать.

Характер движения электропривода описывает *уравнение моментов*:

$$M = M_c + M_d,$$

где  $M$  — вращающий момент двигателя,  $M_c$  — статический момент сопротивления механизма,  $M_d = J \frac{d\omega}{dt}$  — динамический момент,  $J$  — момент инерции вращающихся масс,  $\frac{d\omega}{dt}$  — угловое ускорение.

$$\text{В установившемся режиме: } M = M_c. \quad (8.1)$$

Установившееся значение угловой скорости  $\omega$  или частоты вращения  $n$  у двигателей (кроме синхронных) зависит от момента сопротивления механизма (нагрузки). Механические характеристики  $\omega(M)$  или  $n(M)$  электродвигателей приведены на рис. 8.1: 1 — синхронного, 2 — асинхронного, 3 и 4 — постоянного тока параллельного и последовательного возбуждения соответственно.

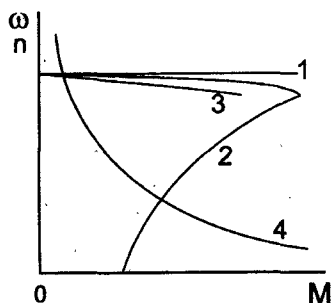


Рис. 8.1

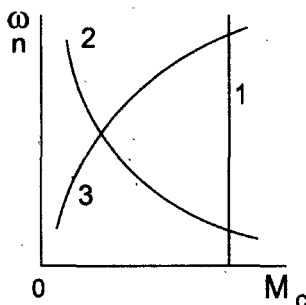


Рис. 8.2

Механизмы создают моменты сопротивления, которые в свою очередь зависят от  $\omega$  или  $n$ . Характеристики  $\omega (M_c)$  или  $n (M_c)$  наиболее распространенных механизмов представлены на рис. 8.2: 1 — грузоподъемных и транспортных механизмов, поршневых насосов, строгальных станков ( $M_c = \text{const}$ ); 2 — некоторых металло-режущих станков и моталок прокатных станков ( $M_c \cdot \omega = \text{const}$ ); 3 — вентиляторов, центробежных насосов, компрессоров и центрифуг.

Определение угловой скорости или частоты вращения и момента  $M$  в установившемся режиме производится графическим путем, как показано на рис. 8.3. Точка пересечения характеристики рабочего механизма (кривая 1) с характеристикой электродвигателя (кривая 2) соответствует значениям  $\omega$  (или  $n$ ) и  $M$ .

При работе двигателя в нем происходит постоянное выделение теплоты, что приводит к его нагреву. Превышение температуры двигателя над температурой окружающей среды описывается уравнением:

$$\vartheta = \frac{Q}{A} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + \vartheta_0 e^{-\frac{t}{T}}, \quad (8.2)$$

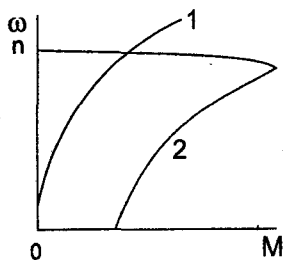


Рис. 8.3

где  $Q$  — количество теплоты, выделяемой в единицу времени,  $A$  — теплоотдача окружающей среды в единицу времени,  $T = C/A$  — постоянная времени,  $C$  — теплоемкость двигателя,  $\vartheta_0$  — превышение температуры

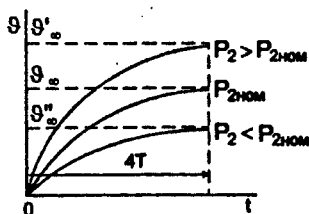


Рис. 8.4

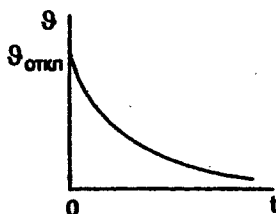


Рис. 8.5

двигателя над температурой окружающей среды в момент включения двигателя при  $t = 0$ .

В установившемся тепловом режиме, когда количество теплоты, выделяемой в двигателе, и теплоты, рассеиваемой в окружающую среду, становятся одинаковыми (теоретически при  $t = \infty$ , а практически при  $t \approx 4T$ ), превышение температуры достигает максимального значения  $\theta_{\infty} = Q/A$ . С учетом последнего

$$\theta = \theta_{\infty} - (\theta_{\infty} - \theta_0) e^{-\frac{t}{T}}. \quad (8.2a)$$

Установившееся значение превышения температуры двигателя зависит от мощности  $P_2$  на его валу. На рис 8.4 приведены кривые нагревания электродвигателя при различных значениях мощности  $P_2$ .

При отключении электродвигателя  $Q = 0$  и с учетом (8.2)  $\theta = \theta_{\text{откл}} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$  где  $\theta_{\text{откл}}$  — превышение температуры в момент отключения, т. е. превышение температуры двигателя уменьшается по экспоненциальному закону (рис. 8.5).

В соответствии с характером работы производственных механизмов в условиях эксплуатации различают следующие основные режимы работы двигателя: продолжительный, кратковременный и повторно-кратковременный.

**Продолжительный режим** — режим, в котором электродвигатель может работать длительное время, при этом установившееся значение превышения температуры двигателя  $\theta_{\infty}$  над температурой окружающей среды не превышает установленного значения. Такой режим работы характерен для двигателей вентиляторов, насосов, компрессоров, транспортеров, мощных металлорежущих станков и др. График продолжительного режима работы приведен на рис. 8.6 при а) постоянной и б) изменяющейся нагрузках.

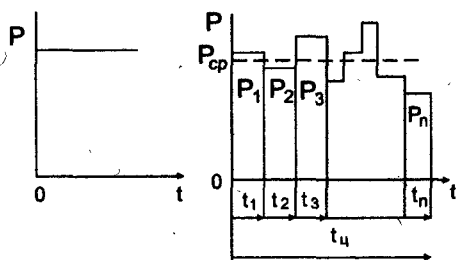


Рис. 8.6

**Кратковременный режим** — режим, при котором превышение температуры электрического двигателя достигает предельно допустимого значения для данного класса изоляции, но не достигает установившегося значения. В этом режиме двигатель работает в течение сравнительно небольшого периода времени, а перерыв в работе велик, и двигатель успевает охладиться до температуры окружающей среды. В кратковременном режиме работают двигатели затворов шлюзов, подъемных механизмов разводных мостов и т. д. На рис. 8.7 показаны графики нагрузки при кратковременном режиме.

**Повторно-кратковременный режим** — режим, при котором периоды работы электродвигателя под нагрузкой чередуются с паузами, когда двигатель отключается. При этом периоды работы и паузы не настолько длительны, чтобы температура достигла установившегося значения. Такой режим характерен для двигателей подъемно-транспортных механизмов, прессов, штамповочных машин и некоторых металлообрабатывающих станков. Время цикла этого режима  $t_{\text{ц}} = t_{\text{p}} + t_{\text{o}}$ , где  $t_{\text{p}}$  — время работы двигателя, а  $t_{\text{o}}$  — время паузы. Время цикла обычно не превышает десяти минут.

Повторно-кратковременный режим характеризуется продолжительностью включения

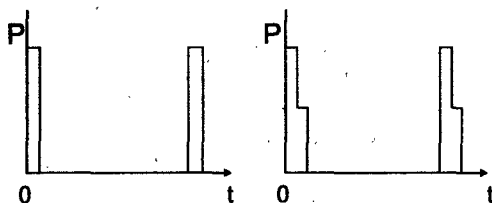


Рис. 8.7

$$\begin{aligned} \text{ПВ} &= \frac{t_p}{t_u} \cdot 100\% = \\ &= \frac{t_p}{t_p + t_o} \cdot 100\%. \quad (8.3) \end{aligned}$$

Для электродвигателей стандартные значения ПВ = 15, 25, 40 и 60%. Пример графика нагрузки при повторно-кратковременном режиме приведен на рис. 8.8.

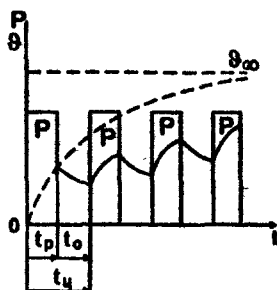


Рис. 8.8

## 8.2. Принципы выбора электродвигателей

Выбор двигателя заключается в подборе для соответствующего механического оборудования электродвигателя, подходящего по роду тока, напряжению, мощности и частоте вращения.

Для машин и механизмов, не требующих регулирования частоты вращения, рекомендуется применять асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором или синхронные. Двигатели постоянного тока допускается применять только в случаях, когда двигатели переменного тока не удовлетворяют характеристикам механизма или являются не экономичными. Синхронные двигатели рекомендуется применять для нерегулируемых механизмов продолжительного режима работы при единичной мощности 100 кВт и более.

Современной серией асинхронных двигателей является серия 4А. Двигатели выпускаются в двух вариантах исполнения по степени воздействия окружающей среды: защищенные (1Р23) и закрытые обдуваемые (1Р44).

Двигатели мощностью от 60 Вт до 370 Вт выпускаются на напряжение 220/380 В, двигатели мощностью 0,55—110 кВт — на напряжение 220/380 и 380/660 В, двигатели мощностью 132—400 кВт — на напряжение 380/660 В.

Асинхронные двигатели выпускаются следующих типов: 4А, 4АН, 4АК, 4АР и 4АС. Обозначения в типах: 4 — номер серии, А — асинхронный, Н — защищенного исполнения, К — с фазным ротором, Р — с повышенным пусковым моментом и С — с повышенным скольжением.



### 8.3. Определение мощности двигателя. Выбор двигателя по каталогу

Допустимая температура нагрева изоляции электродвигателя и температура окружающей среды определяют значение мощности  $P_2$  на валу двигателя. Температура окружающей среды определена стандартом и составляет 40 °С. Для каждого класса изоляции установлены значения допустимого превышения температуры: А — 60 °С, Е — 75 °С, В — 80 °С, F — 100 °С, Н — 125 °С. В каталогах и паспортных данных указана номинальная мощность  $P_{ном}$ , соответствующая температуре окружающей среды 40 °С.

Выбор двигателя для продолжительного режима (см. рис. 8.6, а) производится, исходя из условия  $P_{ном} > P$ . Если двигатель предназначен для работы в продолжительном режиме при переменной нагрузке (см. рис. 8.6, б), предварительный выбор электродвигателя производится, исходя из условия  $P_{ном} > P_{ср}$ , а затем выполняется проверочный расчет.

Все методы проверки сводятся к условию, что среднее значение мощности потерь в двигателе не должно превышать мощность потерь при номинальной нагрузке  $P_{пер} < P_{п. ном}$ . На практике применяют методы, основанные на расчете эквивалентных значений тока, момента, мощности.

Метод эквивалентного тока основан на замене действительного, изменяющегося во времени действующего значения тока двигателя, эквивалентным током, при котором мощность потерь соответствует средним потерям при переменном режиме работы.

Эквивалентное значение тока определяют по формуле

$$I_{экв} = \sqrt{\frac{I_n^2 t_n + I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \dots + I_r^2 t_r}{k_1(t_n + t_r) + t_1 + t_2 + \dots + k_2 t_o}}, \quad (8.4)$$

где  $I_1, I_2$  и так далее — значения тока двигателя в интервалах времени  $t_1, t_2$  и других, соответствующие участкам графика с неизменной нагрузкой,  $I_n, I_r$  — средние значения тока, соответствующие времени пуска  $t_n$  и торможения  $t_r, t_o$  — время паузы,  $k_1$  — коэффициент, учитывающий снижение теплоотдачи при пуске и торможении,  $k_2$  — коэффициент, учитывающий умень-

шение теплоотдачи во время паузы. Для двигателей постоянного тока  $k_1 = 0,75$ , а  $k_2 = 0,5$ ; для асинхронных двигателей  $k_1 = 0,5$ , а  $k_2 = 0,25$ . Номинальный ток двигателя выбирают из условия  $I_{\text{ном}} > I_{\text{экв}}$ .

Переменная нагрузка может быть задана в виде графической зависимости  $M(t)$ . В этом случае определяют эквивалентный момент

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{M_n^2 t_n + M_r^2 t_1 + M_1^2 t_2 + \dots + M_i^2 t_i}{k_1(t_n + t_1) + t_1 + t_2 + \dots + k_2 t_i}}, \quad (8.5)$$

где  $M_n$ ,  $M_r$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  и так далее — значения момента на валу двигателя в соответствующие промежутки времени. Номинальную мощность двигателя выбирают из условия  $P_{\text{ном}} > P_p$ , где  $P_p = 0,105 M_{\text{экв}} n_{\text{ном}}$  — расчетная мощность,  $n_{\text{ном}}$  — номинальная частота вращения двигателя.

Наиболее простым методом выбора двигателя является определение его эквивалентной мощности

$$P_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{P_n^2 t_n + P_r^2 t_1 + P_1^2 t_2 + \dots + P_i^2 t_i}{k_1(t_n + t_1) + t_1 + t_2 + \dots + k_2 t_i}}, \quad (8.6)$$

где  $P_n$ ,  $P_r$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  и так далее — значения мощности на валу двигателя в соответствующие промежутки времени.

Формулы (8.4)—(8.6) упрощаются, если не учитывать влияние пуска, торможения и работы без нагрузки.

Номинальную мощность двигателя определяют, исходя из условия  $P_{\text{ном}} > P_p = P_{\text{экв}}$ . Этот метод может быть использован при выборе двигателей постоянного тока параллельного возбуждения, асинхронных и синхронных двигателей.

Проверку двигателя по перегрузочной способности производят путем сравнения наибольшего момента нагрузки  $M_{\text{лб}}$ , определяемого по графику нагрузки, с максимальным моментом двигателя  $M_{\text{мах}} = M_{\text{мах}} \cdot M_{\text{ном}}$ , где  $M_{\text{мах}}$  — кратность максимального момента (для двигателей постоянного тока  $M_{\text{мах}} = 2 \dots 2,5$ , для асинхронных двигателей —  $1,6 \dots 2,5$ ).

Необходимо выполнить условие

$$M_{\text{лб}} < k_u M_{\text{мах}}, \quad (8.7)$$

где  $k_u$  — коэффициент, учитывающий снижение напряжения.

При тяжелых условиях пуска проводят также проверку электродвигателя по пусковому моменту. Пусковой момент двигателя  $M_p = M_{п.} M_{ном} > M_{ис}$ , где  $M_{п.}$  — кратность начального пускового момента,  $M_{ис}$  — момент сопротивления на валу двигателя при пуске.

Для повторно-кратковременного режима, когда периоды работы чередуются с паузами, при которых двигатель отключается или работает на холостом ходу, номинальная мощность электродвигателя определяется для одного из значений ПВ (15, 25, 40, 60%).

При многоступенчатом графике нагрузки эквивалентная мощность за период работы определяется по графику нагрузки

$$P_{экв} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n P_k^2 t_k}{\sum_{k=1}^n t_k}}, \quad (8.8)$$

где  $P_k$  — мощность двигателя в промежутке времени  $t_k$ ,  $n$  — число ступеней цикла графика нагрузки. При одноступенчатом графике нагрузки  $P_{экв} = P$ .

Продолжительность включения

$$ПВ = \frac{\sum_{k=1}^n t_k}{\sum_{k=1}^n t_k + t_0} \cdot 100\%, \quad (8.9)$$

где  $t_0$  — время паузы. При одноступенчатом графике нагрузки  $ПВ = \frac{t_p}{t_p + t_0} \cdot 100\%$ .

Мощность двигателя выбирают, исходя из условия

$$P_{ном} > P_p = P_{экв} \sqrt{\frac{ПВ}{ПВ_{ст}}},$$

где  $ПВ_{ст}$  — стандартное значение ПВ, указанное в паспорте двигателя.

Коэффициенты  $k_m$  — механической перегрузки двигателя в кратковременном режиме при номинальном

напряжении и  $k_T$  — тепловой перегрузки соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} k_M = P_{кр*} &= \frac{P_{кр}}{P_{ном}} \cong M_*, \\ k_T = P_{кр*}^2 &= M_*^2 = \frac{1}{1 - e^{-t_{кр}/T}}, \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

где  $t_{кр}$  — время работы в кратковременном режиме (стандартные длительности периода кратковременной работы 10, 30, 60 и 90 минут),  $T$  — постоянная нагрева двигателя (для асинхронных двигателей защищенного исполнения малой и средней мощности обычно принимают 15...60 минут).

При кратковременном режиме мощность  $P_{кр}$  двигателя, предназначенного для продолжительного режима работы,

$$P_{кр} = P_{ном} \cdot \sqrt{k_T}. \quad (8.11)$$

#### 8.4. Определение мощности двигателей для некоторых механизмов

Расчетную мощность двигателей выбирают по следующим формулам.

*Для металлообрабатывающих станков*

$$P_p = \frac{FSv_p}{\eta_c}, \quad (8.12)$$

где  $F$  — удельное сопротивление резанию,  $S$  — сечение стружки,  $v_p$  — скорость резания,  $\eta_c$  — КПД станка.

*Для вентиляторов*

$$P_p = \frac{Qp}{\eta_v \eta_n}, \quad (8.13)$$

где  $Q$  — производительность вентилятора,  $p$  — давление газа,  $\eta_v$  — КПД вентилятора,  $\eta_n$  — КПД передачи.

*Для насосов*

$$P_p = \frac{QHv}{\eta_n \eta_n}, \quad (8.14)$$

где  $Q$  — производительность насоса,  $H$  — дифференциальный напор столба жидкости,  $\nu$  — плотность жидкости,  $\eta_n$  — КПД насоса.

Для компрессоров

$$P_p = \frac{QA}{\eta_k \eta_n}, \quad (8.15)$$

где  $Q$  — производительность компрессора,  $A$  — работа, затрачиваемая на сжатие одного кубического метра газа до необходимого давления,  $\eta_k$  — КПД компрессора.

Для горизонтальных ленточных транспортеров

$$P_p = \frac{Q/L}{\eta_n}, \quad (8.16)$$

где  $Q$  — производительность транспортера,  $f$  — коэффициент трения,  $L$  — рабочая длина транспортера.

Для подъемных механизмов кранов

$$P_p = \frac{(G + G_0) \nu}{\eta_{пм}}, \quad (8.17)$$

где  $G$  — масса поднимаемого груза,  $G_0$  — масса захватывающего приспособления,  $\nu$  — скорость подъема,  $\eta_{пм}$  — КПД подъемного механизма.

Технические данные асинхронных двигателей приведены в таблицах 8.1 и 8.2.

Таблица 8.1

Технические данные асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором (закрытые, обдуваемые)

Тип двигателя	$P_{ном}$ , кВт	$n_{2ном}$ , об/мин	$\eta_{ном}$ , %	$\cos \phi_{ном}$	$M_{max}^*$	$M_n^*$	$I_n^*$
Синхронная частота вращения 1500 об/мин							
4A80A4Y3	1,1	1420	75,0	0,81	2,2	2,0	5,0
4A80B4Y3	1,5	1415	77,0	0,83	2,2	2,0	5,0
4A90L4Y3	2,2	1425	80,0	0,83	2,4	2,1	6,0
4A100S4Y3	3,0	1435	82,0	0,83	2,4	2,0	6,0

Окончание таблицы 8.1

Тип двигателя	$P_{ном},$ кВт	$n_{2ном},$ об/мин	$\eta_{ном},$ %	$\cos\varphi_{ном}$	$M_{max}^*$	$M_n^*$	$I_n^*$
4A100L4Y3	4,0	1430	84,0	0,84	2,4	2,0	6,0
4A112M4Y3	5,5	1445	85,5	0,85	2,2	2,0	7,0
4A132S4Y3	7,5	1455	87,5	0,86	3,0	2,2	7,5
4A132M4Y3	11,0	1460	87,5	0,87	3,0	2,2	7,5
4A160S4Y3	15,0	1465	88,5	0,88	2,3	1,4	7,0
4A160M4Y3	18,5	1465	89,5	0,88	2,3	1,4	7,0
4A180S4Y3	22,0	1470	90,0	0,90	2,3	1,4	6,5
4A180M4Y3	30,0	1470	91,0	0,90	2,3	1,4	6,5
4A200M4Y3	37,0	1475	91,0	0,90	2,5	1,4	7,0
4A200L4Y3	45,0	1475	92,0	0,90	2,5	1,4	7,0
4A225M4Y3	55,0	1480	92,5	0,90	2,5	1,3	7,0
4A250S4Y3	75,0	1480	93,0	0,90	2,3	1,2	7,0
4A250M4Y3	90,0	1480	93,0	0,91	2,3	1,2	7,0
Синхронная частота вращения 1000 об/мин							
4A80B6Y3	1,1	920	74,0	0,74	2,2	2,0	4,0
4A90L6Y3	1,5	935	75,0	0,74	2,2	2,0	4,5
4A100L6Y3	2,2	950	81,0	0,73	2,2	2,0	5,0
4A112MA6Y3	3,0	955	81,0	0,76	2,5	2,0	6,0
4A112MB6Y3	4,0	950	82,0	0,81	2,5	2,0	6,0
4A132S6Y3	5,5	965	85,0	0,80	2,5	2,0	6,5
4A132M6Y3	7,5	970	85,5	0,81	2,5	2,0	6,5
4A160S6Y3	11,0	975	86,0	0,86	2,0	1,2	6,0
4A160M6Y3	15,0	975	87,5	0,87	2,0	1,2	6,0
4A180M6Y3	18,5	975	88,0	0,87	2,0	1,2	5,0
4A200M6Y3	22,0	975	90,0	0,90	2,4	1,3	6,5
4A200L6Y3	30,0	980	90,5	0,90	2,4	1,3	6,5
4A225M6Y3	37,0	980	91,0	0,89	2,3	1,2	6,5
4A250S6Y3	45,0	985	91,5	0,89	2,1	1,2	6,5
4A250M6Y3	55,0	985	91,5	0,89	2,1	1,2	6,5
4A280S6Y3	75,0	985	92,0	0,89	2,2	1,4	5,5
4A280M6Y3	90,0	985	92,5	0,89	2,2	1,4	5,5

Таблица 8.2

Технические данные асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором  
с повышенным скольжением

Тип двигателя	M <sub>п</sub> *	M <sub>max</sub> *	S <sub>ном</sub> , %	ПВ = 25%			ПВ = 40%			ПВ = 60%			ПВ = 100%			
				P <sub>ном</sub> , кВт	η, %	cosφ	P <sub>ном</sub> , кВт	η, %	cosφ	P <sub>ном</sub> , кВт	η, %	cosφ	P <sub>ном</sub> , кВт	η, %	cosφ	
Синхронная частота вращения 1500 об/мин																
4AC71A4Y3	2,0	2,2	8,2	0,65	67,0	0,76	0,6	68,0	0,73	0,6	68,0	0,73	0,60	68,0	0,73	
4AC71B4Y3	2,0	2,2	8,7	0,90	68,0	0,71	0,8	68,5	0,75	0,8	68,5	0,75	0,70	69,0	0,74	
4AC80A4Y3	2,0	2,2	5,6	1,3	68,5	0,82	1,3	68,5	0,82	1,1	70,0	0,80	0,95	70,5	0,79	
4AC80B4Y3	2,0	2,2	5,5	1,9	69,5	0,83	1,7	70,0	0,82	1,5	70,5	0,80	1,3	71,0	0,79	
4AC90L4Y3	2,0	2,2	5,8	2,4	76,0	0,82	2,4	76,0	0,82	2,2	76,5	0,80	1,9	77,0	0,78	
4AC100S4Y3	2,0	2,2	4,2	3,7	76,0	0,84	3,2	76,5	0,82	2,8	77,0	0,80	2,3	77,5	0,78	
4AC100L4Y3	2,0	2,2	4,1	5,0	77,0	0,84	4,3	78,0	0,82	3,8	79,0	0,80	3,3	80,0	0,78	
4AC112M4Y3	2,0	2,2	5,6	6,7	77,5	0,85	5,6	79,0	0,83	5,0	80,0	0,81	4,2	81,0	0,78	
4AC132S4Y3	2,0	2,2	6,9	9,5	82,0	0,86	8,5	82,5	0,85	7,5	83,5	0,83	7,1	84,0	0,81	
4AC132M4Y3	2,0	2,2	6,1	14,0	83,0	0,86	11,8	84,0	0,85	10,5	84,5	0,83	9,0	85,0	0,81	
4AC160S4Y3	2,0	2,2	6,1	19,0	83,5	0,86	17,0	84,5	0,86	15,0	85,5	0,85	13,0	86,0	0,784	
4AC160M4Y3	2,0	2,2	5,3	23,0	86,0	0,87	20,0	87,0	0,87	18,5	87,5	0,87	17,0	88,0	0,86	

Продолжение таблицы 8.2

Тип двигателя	$M_{п*}$	$M_{max*}$	$S_{ном}, \%$	ПВ = 25%			ПВ = 40%			ПВ = 60%			ПВ = 100%		
				$P_{ном}, \text{кВт}$	$\eta, \%$	сэф	$P_{ном}, \text{кВт}$	$\eta, \%$	сэф	$P_{ном}, \text{кВт}$	$\eta, \%$	сэф	$P_{ном}, \text{кВт}$	$\eta, \%$	сэф
4AC180S4Y3	2,0	2,2	5,7	24,0	84,5	0,93	21,0	86,0	0,92	20,0	86,5	0,92	19,0	87,0	0,92
4AC180M4Y3	2,0	2,2	4,4	30,0	87,0	0,92	26,5	88,5	0,91	25,0	89,0	0,91	24,0	89,5	0,91
4AC200M4Y3	2,0	2,2	5,7	35,0	87,0	0,93	31,5	87,5	0,92	28,0	88,0	0,92	26,0	88,0	0,92
4AC200L4Y3	2,0	2,2	5,8	47,0	88,0	0,94	40,0	89,0	0,93	37,0	89,5	0,93	35,0	90,0	0,93
4AC225M4Y3	2,0	2,2	5,8	55,0	87,0	0,93	50,0	87,5	0,92	45,0	88,0	0,92	40,0	88,5	0,92
4AC250S4Y3	2,0	2,2	6,3	63,0	87,0	0,93	56,0	87,5	0,92	53,0	88,0	0,92	50,0	88,0	0,92
4AC250M4Y3	2,0	2,2	6,4	71,0	86,5	0,94	63,0	87,0	0,93	60,0	87,0	0,93	56,0	87,5	0,93
4AC71A6Y3	2,0	2,1	10,4	0,4	62,5	0,70	0,4	62,5	0,70	0,4	62,5	0,70	0,4	62,5	0,70
4AC71B6Y3	2,0	2,1	10,2	0,65	65,0	0,70	0,63	65,0	0,70	0,65	65,0	0,70	0,5	63,5	0,62
4AC980A6Y3	2,0	2,1	7,0	0,9	61,0	0,72	0,8	61,0	0,68	0,7	61,0	0,64	0,5	60,0	0,54
4AC30B6Y3	2,0	2,1	7,8	1,3	65,5	0,75	1,2	66,5	0,73	1,1	67,5	0,71	0,8	69,0	0,61
4AC90L6Y3	1,9	2,1	6,2	1,8	70,0	0,74	1,7	71,0	0,72	1,3	71,5	0,65	1,1	72,0	0,60
4AC100L6Y3	1,9	2,1	5,3	2,9	74,5	0,78	2,6	75,0	0,76	2,2	76,0	0,72	1,8	76,5	0,67
4AC112M6Y3	1,9	2,1	7,3	3,8	71,0	0,81	3,2	72,0	0,74	2,8	73,0	0,72	2,5	73,5	0,68
4AC112M6Y3	1,9	2,1	8,5	5,0	72,5	0,83	4,2	75,0	0,79	3,8	76,5	0,78	3,2	77,5	0,73



Окончание таблицы 8.2

Тип двигателя	$M_{п*}$	$M_{пmax*}$	$S_{ном}, \%$	ПВ = 25%			ПВ = 40%			ПВ = 60%			ПВ = 100%		
				$P_{ном}, кВт$	$\eta, \%$	$\cos\varphi$	$P_{ном}, кВт$	$\eta, \%$	$\cos\varphi$	$P_{ном}, кВт$	$\eta, \%$	$\cos\varphi$	$P_{ном}, кВт$	$\eta, \%$	$\cos\varphi$
4AC132S6Y3	1,9	2,1	6,4	7,5	77,5	0,84	6,3	79,0	0,80	6,0	80,0	0,79	4,5	81,0	0,72
4AC132M6Y3	1,9	2,1	5,8	10,0	77,5	0,84	8,5	80,0	0,80	7,5	80,5	0,78	6,3	81,0	0,74
4AC160S6Y3	1,9	2,1	7,7	14,0	80,0	0,86	12,0	82,5	0,85	11,0	83,5	0,84	10,0	84,0	0,83
4AC160M6Y3	1,9	2,1	7,8	19,0	81,5	0,86	16,0	84,0	0,85	15,0	84,5	0,84	13,0	85,5	0,83
4AC180M6Y3	1,9	2,1	7,6	20,0	83,0	0,90	19,0	84,5	0,90	17,0	85,0	0,89	16,0	85,5	0,89
4AC200M6Y3	1,9	2,1	7,3	25,0	82,0	0,92	22,0	83,5	0,92	20,0	84,5	0,92	18,0	85,5	0,91
4AC200L6Y3	1,9	2,1	6,2	33,5	83,5	0,92	28,0	85,5	0,91	25,0	86,0	0,92	23,0	86,5	0,91
4AC225M6Y3	1,9	2,1	6,9	35,0	85,5	0,92	33,5	81,0	0,91	28,0	87,5	0,91	25,0	88,0	0,90
4AC250S6Y3	1,9	2,1	5,4	45,0	88,0	0,90	40,0	89,0	0,90	36,0	89,5	0,90	33,5	90,0	0,89
4AC250M6Y3	1,9	2,1	3,8	53,0	88,0	0,89	45,0	86,5	0,88	40,0	89,0	0,86	36,0	89,5	

## 8.5. Примеры

**8.5.1.** Определить необходимую мощность и выбрать по каталогу (см. табл. 8.1) асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором общепромышленного назначения для вентилятора с производительностью  $Q = 5000 \text{ м}^3/\text{час}$  при давлении 981 Па, КПД вентилятора 40%, а частота вращения 1450 об/мин.

*Решение.*

По формуле (8.13) мощность двигателя

$$P_p = \frac{Qp}{\eta_p \eta_m} = \frac{5000 \cdot 981}{3600 \cdot 0,4 \cdot 1} = 3406 \text{ Вт.}$$

Из каталога выбираем ближайший, больший по мощности, двигатель типа 4A100L4У3, с номинальными мощностью 4 кВт и частотой вращения 1480 об/мин.

Выбранный двигатель не требует проверки на нагрев, перегрузочную способность и по пусковому моменту, так как он рассчитан на работу при номинальной мощности для продолжительного режима и имеет малый противодействующий момент при пуске.

**8.5.2.** Определить мощность асинхронного двигателя для привода механизма, выбрать двигатель по каталогу (см. табл. 8.1) и выполнить его проверку на перегрузочную способность. График момента нагрузки на валу двигателя приведен на рис. 8.9. Частота вращения вала 1470 об/мин.

*Решение.*

Для определения мощности двигателя используем метод эквивалентного момента. По упрощенной формуле (8.5) эквивалентный момент

$$M_{\text{экз}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3 + M_4^2 t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{120^2 \cdot 10 + 60^2 \cdot 10 + 40^2 \cdot 10 + 110^2 \cdot 6}{10 + 10 + 10 + 6}} = 86,4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Расчетная мощность двигателя

$$P_p = P_{\text{экв}} = 0,105 M_{\text{экв}} n_2 = \\ = 0,105 \cdot 86,4 \cdot 1470 \cdot 10^{-3} = 13,3 \text{ кВт.}$$

В соответствии с  $P_p$  выбираем двигатель 4A160S4Y3, имеющий  $P_{\text{ном}} = 15 \text{ кВт}$ ,  $n_{2\text{ном}} = 1465 \text{ об/мин}$  и  $M_{\text{мах}^*} = 2,3$ .

Номинальный момент двигателя

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{15 \cdot 10^3}{1465} = 97,8 \text{ Н·м.}$$

Максимальный момент двигателя

$$M_{\text{мах}} = M_{\text{мах}^*} M_{\text{ном}} = 2,3 \cdot 97,8 = 225 \text{ Н·м.}$$

Из графика нагрузки наибольший момент

$$M_{\text{нб}} = 120 \text{ Н·м.}$$

Перегрузочная способность двигателя по условию (8.7) достаточна, так как  $120 < 0,81 \cdot 225$ , где коэффициент 0,81 учитывает снижение напряжения на 10%.

**8.5.3.** Двигатель 4A200L4Y3, предназначенный для продолжительного режима работы, имеет следующие технические данные:  $P_{\text{ном}} = 45 \text{ кВт}$ ,  $n_{2\text{ном}} = 1475 \text{ об/мин}$ ,  $M_{\text{мах}^*} = 2,5$ , постоянная нагрева  $T = 55 \text{ мин}$ . Какое время этот двигатель сможет работать не перегреваясь, если момент при кратковременном режиме составляет  $1,5 M_{\text{ном}}$ ?

*Решение.*

Коэффициент механической перегрузки при номинальном напряжении  $M_* = 1,5$ . Согласно формуле (8.10) коэффициент тепловой перегрузки

$$k_t = M_*^2 = 1,5^2 = 2,25,$$

$$\text{но } k_t = \frac{1}{1 - e^{t_{\text{кр}}/T}}, \text{ откуда } t_{\text{кр}} = T \ln \frac{k_t}{k_t - 1} = 55 \ln \frac{2,25}{2,25 - 1} = 32,3 \text{ мин.}$$

**8.5.4.** Определить расчетную мощность и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный двигатель с корот-

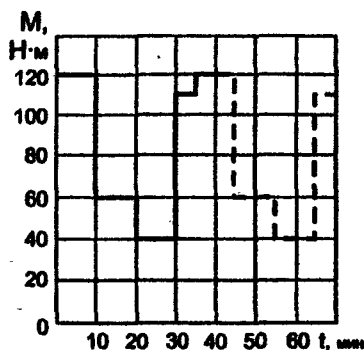


Рис. 8.9

ковамкнутым ротором для привода механизма, работающего в повторно-кратковременном режиме с циклическим графиком момента (рис. 8.10). Проверить двигатель на перегрузочную способность. Частота вращения механизма 930 об/мин.

**Решение.**

Эквивалентный момент на валу

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}} =$$

$$= \sqrt{\frac{30^2 \cdot 5 + 60^2 \cdot 10 + 40^2 \cdot 10}{5 + 10 + 10}} = 47,5 \text{ Н·м.}$$

Продолжительность включения

$$\text{ПВ} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{t_n} 100\% = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0} 100\% =$$

$$= \frac{5 + 10 + 10}{5 + 10 + 10 + 40} 100\% = 38,5\%.$$

Эквивалентная мощность

$$P_{\text{экв}} = 0,105 M_{\text{экв}} n_2 = 0,105 \cdot 47,5 \cdot 930 \cdot 10^{-3} = 4,63 \text{ кВт.}$$

Расчетная мощность

$$P_p = P_{\text{экв}} \sqrt{\frac{\text{ПВ}}{\text{ПВ}_n}} = 4,63 \sqrt{\frac{38,5}{40}} = 4,54 \text{ кВт.}$$

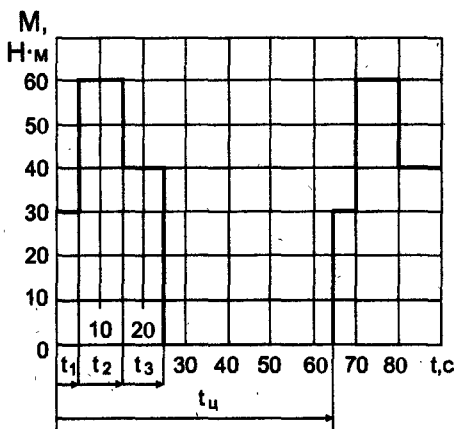


Рис. 8.10

Для стандартной продолжительности включения  $PB_{ст} = 40\%$  выбираем двигатель 4AC132S6У3 (см. табл. 8.2) с техническими данными:  $P_{ном} = 6,3$  кВт,  $n_{2ном} = 935$  об/мин,  $M_{ном} = 64,2$  Н·м,  $M_{max*} = 2,1$ .

Максимальный момент двигателя  $M_{max} = M_{max*} \cdot M_{ном} = 2,1 \cdot 64,2 = 135$  Н·м. Из графика нагрузки наибольший момент  $M_{нб} = 60$  Н·м.

Перегрузочная способность двигателя по условию (8.7) достаточна, так как  $60 < 0,81 \cdot 135$ , где коэффициент 0,81 учитывает снижение напряжения на 10%.

## 8.6. Задачи

8.6.1. На рис. 8.11 приведены механические характеристики двигателя (1) и рабочего механизма (2). Определить частоту вращения двигателя в установившемся режиме и мощность на валу двигателя.

Ответ:  $n_2 = 950$  об/мин;  $P_2 = 4$  кВт.

8.6.2. Выбрать асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором защищенного исполнения для привода центробежного водяного насоса. Производительность насоса  $0,2$  м<sup>3</sup>/с, напор 10 м, КПД насоса 70%, частота вращения 1470 об/мин.

8.6.3. Для станка, работающего в соответствии с нагрузочной диаграммой 8.12, выбрать асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, частота вращения

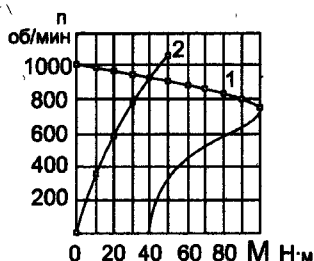


Рис. 8.11

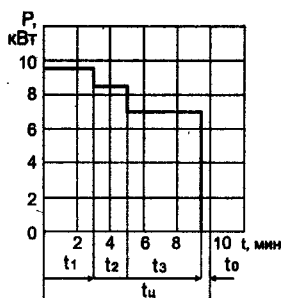


Рис. 8.12

которого близка к 1500 об/мин. Указание. Рекомендуется воспользоваться упрощенной формулой для эквивалентной мощности.

8.6.4. Определить расчетную мощность и выбрать асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором для механизма с циклическим графиком нагрузки (рис. 8.13). Частота вращения механизма 1420 об/мин.

8.6.5. Проверить возможность использования двигателя, выбранного в задаче 8.6.4, для привода механизма с циклическим графиком нагрузки (рис. 8.14).

8.6.6. С какой наибольшей эквивалентной мощностью может работать асинхронный двигатель 4АС1004У3 при  $PВ = 35\%$ , если при  $PВ_{ст} = 40\%$   $P_{ном} = 3,2$  кВт.

О т в е т: 3.42 кВт.

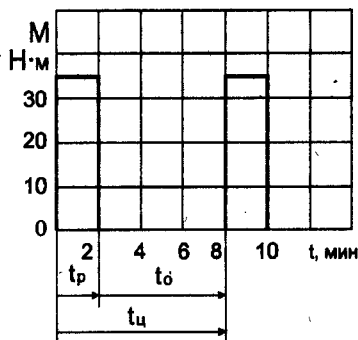


Рис. 8.13

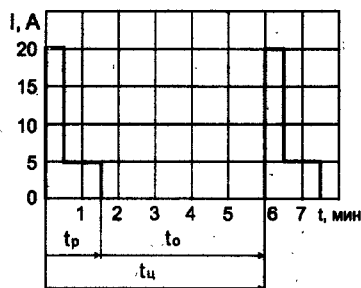


Рис. 8.14

8.6.7. При какой наибольшей продолжительности включения может работать асинхронный двигатель 4АС160М4УЗ ( $P_B = 40\%$ ,  $P_{\text{ном}} = 20$  кВт), если эквивалентная мощность за время одного цикла 17,5 кВт?

О т в е т: 52.2%.

8.6.8. Коэффициент механической перегрузки асинхронного двигателя в кратковременном режиме при номинальном напряжении  $M_* = 1,4$ , коэффициент, учитывающий снижение напряжения,  $k_u = 0.9$ . Определить коэффициент тепловой перегрузки в этом режиме.

О т в е т: 1,59.

8.6.9. Время работы двигателя в кратковременном режиме до допустимой температуры  $t_{\text{кр}} = 40$  мин; постоянная нагрева  $T = 50$  мин. Определить коэффициент механической перегрузки двигателя.

О т в е т: 1.35.

### 8.7. Контрольные задания

В таблице 8.3 приведены моменты  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  нагрузки на валу двигателя для соответствующих участков графика нагрузки, время работы  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  двигателя с заданными моментами нагрузки, время паузы  $t_0$ , частота вращения двигателя и коэффициент, учитывающий возможное снижение напряжения сети.

Определить для заданного варианта расчетную мощность двигателя и выбрать по каталогу (см. табл. 8.2) асинхронный двигатель, предназначенный для привода механизма с циклическим графиком нагрузки в продолжительном или повторно-кратковременном режимах работы. Провести проверку двигателя по перегрузочной способности.

Т а б л и ц а 8.3

## Варианты контрольных заданий

№ п/п	$M_1$ , Н·м	$M_2$ , Н·м	$M_3$ , Н·м	$t_1$ , с	$t_2$ , с	$t_3$ , с	$t_0$ , с	$n_{2ном}$ , об/мин	$k_u$
1	80	40	60	10	5	20	25	1410	0,95
2	120	100	95	10	10	15	55	930	0,90
3	50	20	30	10	15	10	5	915	0,85
4	150	125	145	10	20	10	60	930	0,95
5	150	130	160	10	25	20	35	1415	0,90
6	40	30	10	5	15	20	10	930	0,85
7	40	25	20	5	15	15	5	1420	0,95
8	30	15	25	5	20	10	25	950	0,90
9	20	15	10	5	10	5	60	935	0,85
10	180	140	150	5	15	15	25	1440	0,95
11	30	20	10	15	10	20	5	1440	0,90
12	30	40	60	15	5	15	5	1400	0,85
13	30	45	20	15	10	10	5	1410	0,95
14	30	50	30	15	15	10	10	940	0,90
15	200	180	170	15	20	5	60	930	0,85
16	220	230	215	10	15	10	25	940	0,95
17	20	15	25	10	10	15	5	930	0,90
18	20	45	40	10	5	10	75	950	0,85
19	25	20	15	10	15	15	60	950	0,95
20	20	25	15	10	10	5	20	1440	0,90
21	25	50	40	15	15	20	5	1400	0,85
22	25	20	10	15	15	5	25	950	0,95
23	20	35	10	15	15	10	30	920	0,90
24	25	40	10	15	15	15	5	930	0,85
25	25	15	10	15	10	20	5	950	0,95
26	245	230	240	5	10	10	40	940	0,90
27	60	50	55	5	15	25	10	1410	0,85
28	45	10	20	5	20	10	50	950	0,95
29	45	15	10	5	10	10	75	950	0,90
30	40	20	10	5	20	5	20	1440	0,85



## ВЫБОР ПРОВОДОВ

### 9.1. Выбор марки провода

Провода состоят из проводящей жилы, изоляции и защитного покрова. По материалу проводящей жилы провода бывают медные и алюминиевые. На практике, в основном, применяются алюминиевые провода. В марке проводов с алюминиевой жилой присутствует буква «А». Если проводящая жила состоит из большого числа тонких перевитых проволок, то такой провод будет гибким и в марке провода это будет отмечаться буквой «Г».

В качестве изолирующего материала применяют (в скобках указано обозначение данной изоляции в марке провода): резину (Р), наиритовую резину (Н), поливинилхлорид (В), полиэтилен (П). Кроме изолированных проводов для воздушных линий применяют неизолированные (голые) провода, для которых в качестве проводящего материала применяют также и сталь.

Защитные покровы применяют для защиты изолирующего материала от механических и химических воздействий. Для защиты применяют оплетку из пряжи, иногда пропитанную лаком, пластмассовые или металлические оболочки.

### 9.2. Выбор сечения провода

Промышленность выпускает провода следующих сечений, мм<sup>2</sup>: 0,5; 0,75; 1,0; 1,2; 1,5; 2,0; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 16; 25; 35; 50 и т. д. Выбор сечения осуществляют по трем критериям: по механической прочности ( $q_{мх}$ ), по току нагрузки ( $q_I$ ) и по потере напряжения ( $q_{\Delta u}$ ).

### 9.2.1. Выбор по механической прочности.

В зависимости от условий прокладки проводов и материала проводящей жилы в справочных таблицах указаны минимально допустимые сечения проводов с точки зрения механической прочности. Выбранное сечение должно удовлетворять условию  $q_{\text{мех}} > q_{\text{min}}$ .

Для большинства условий прокладки алюминиевых проводов  $q_{\text{min}} = 2,5 \text{ мм}^2$ , а для медных  $q_{\text{min}} = 0,5$  или  $0,75 \text{ мм}^2$ .

### 9.2.2. Выбор по току нагрузки.

Провода служат для присоединения электроприемников к источнику питания. Ток в проводнике зависит от мощности электроприемника: чем больше мощность, тем больше ток в проводнике. В проводнике с сопротивлением  $R$  при протекании тока  $I$  имеет место мощность потерь  $I^2 R$ , при этом провод и его изоляция нагреваются. Так как мощность потерь зависит от тока и сопротивления провода, а сопротивление зависит от сечения провода, то для провода с конкретным сечением с увеличением тока увеличивается температура нагрева изоляции. Каждый класс изоляции имеет максимально допустимую температуру нагрева, а следовательно, максимально допустимый ток  $I_{\text{доп}}$ .

В зависимости от сечения провода, материала проводящей жилы, класса изоляции, условий прокладки проводов и числа жил в справочных таблицах приводят допустимые значения токов в проводах (табл. 9.1).

Вычислив расчетный ток  $I_p$  в проводе, по таблице находят такое сечение  $q_1$ , чтобы  $I_{\text{доп}} > I_p$ . Расчетный ток  $I_p$  зависит от типа и числа электроприемников, присоединенных к данной линии передачи.

В случае однофазного приемника, присоединенного в конце линии, имеющего электрическую мощность  $P$ , расчетный ток находят по формуле

$$I_p = \frac{P}{U_{\phi} \cos \phi}, \quad (9.1)$$

где  $U_{\phi}$  — фазное напряжение;  $\cos \phi$  — коэффициент мощности электроприемника.

В случае трехфазного приемника, присоединенного в конце линии, расчетный ток

Т а б л и ц а 9.1

Длительно допустимый ток  $I_{\text{доп}}$  для проводов с резиновой и пластмассовой изоляцией на напряжение до 1 кВ с алюминиевыми (числитель) и медными (знаменатель) жилами при температуре окружающего воздуха 25 °С

АПР, АПРТО, АПРВ, АПВ, ПР, ПРТО, ПРГ, ПРВ, ПВ, ПГВ, ПРГВ						
Сечение провода, мм <sup>2</sup>	Допустимый ток $I_{\text{доп}}$ (А) в зависимости от способа прокладки					
	открыто	в стальных трубах при числе проводов в трубе				
	—	2	3	4	5...6	7...8
1,0	—/17	—/16	—/15	—/14	—	—
1,2	—/20	—/18	—/16	—/15	—	—
1,5	—/23	—/19	—/17	—/16	—/15	—/14
2,0	21/26	19/24	18/22	15/20	12/17	11/16
2,5	24/30	20/27	18/25	19/25	15/20	14/19
3	27/34	24/32	22/28	21/26	18/22	17/21
4	32/41	28/38	28/35	23/30	22/28	21/26
5	36/46	32/42	30/39	27/34	24/33	22/28
6	39/50	36/46	32/42	30/40	26/34	24/31
8	46/62	43/54	40/51	37/46	30/40	29/38
10	60/80	50/70	47/60	39/50	38/48	35/45
16	75/100	60/85	60/80	55/75	48/64	45/60
25	105/140	85/115	80/100	70/90	65/80	60/75
35	130/170	100/135	95/125	85/115	75/100	70/95
50	165/215	140/185	130/170	120/150	105/135	95/125
70	210/270	175/225	165/210	140/185	130/165	125/155
95	255/330	215/275	200/255	175/225	—	—

$$I_p = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi}, \quad (9.2)$$

где  $P$  — мощность трехфазного приемника;  $U_n$  — линейное напряжение.

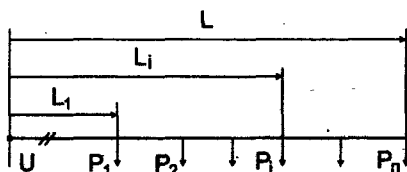


Рис. 9.1

Как однофазные, так и трехфазные электроприемники могут быть распределены вдоль одной линии (рис. 9.1), т. е. присоединены к линии передачи в разных точках. В этом случае в формулах (9.1) и (9.2) вместо мощности  $P$  надо принимать расчетную мощность

$$P_p = k_c \sum_{i=1}^n P_i \quad (9.3)$$

где  $P_i$  — номинальная мощность  $i$ -того электроприемника;  $k_c$  — коэффициент спроса;  $n$  — число электроприемников, присоединенных к линии.

Коэффициент спроса учитывает тот факт, что не все электроприемники могут быть включены одновременно, не все одновременно работают в номинальном режиме и другие условия. Для нескольких светильников, присоединенных к линии и включаемых одним выключателем, коэффициент спроса  $k_c = 1$ . Для линий, питающей светильники ряда помещений, можно принимать  $k_c = 0,8 \dots 0,9$ .

В случае присоединения к линии электродвигателей или электротехнологических установок с изменяющейся мощностью в первом приближении для определения коэффициента спроса можно пользоваться таблицей 9.2.

Т а б л и ц а 9.2

Зависимость коэффициента спроса  
от числа электроприемников

$n$	2	3	4	5	6	8	9	10	15	20
$k_c$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,47	0,44	0,35	0,31

### 9.2.3. Выбор по потере напряжения

Каждый электроприемник имеет номинальное напряжение, указанное в паспорте. Большинство приемников допускают отклонение напряжения на  $\pm 5\%$ . Следовательно, в линиях передачи от источника питания до самого удаленного приемника допускается иметь потерю напряжения не более  $5\%$ .

Как известно, на участке электрической цепи с током  $I$  потеря напряжения равна  $\Delta U = I (R \cos \varphi + X \sin \varphi)$ , где  $R$  и  $X$  — активное и индуктивное сопротивления этого участка цепи. В сетях с напряжением до 1 кВ индуктивным сопротивлением пренебрегают и считают, что

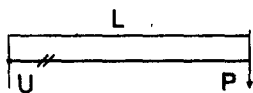


Рис. 9.2

$$\Delta U = IR \cos \varphi. \quad (9.4)$$

В случае однофазной нагрузки в конце линии (рис. 9.2) ток находят по (9.1), а сопротивление — по формуле  $R = \frac{2L}{\gamma q}$ , где  $L$  — длина

линии, м;  $\gamma$  — удельная проводимость,  $\frac{\text{м}}{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}$ ,  $q$  — сечение провода,  $\text{мм}^2$ .

Заменив потерю напряжения  $\Delta U$  в вольтах на потерю напряжения в процентах  $\Delta u = \frac{\Delta U}{U_{\text{ном}}} 100\%$  получим формулу для определения сечения провода  $q_{\Delta u}$ , обеспечивающего допустимую потерю напряжения:

для однофазной нагрузки в конце линии

$$q_{\Delta u} > \frac{200PL}{\gamma \Delta u U_{\phi}^2}; \quad (9.5)$$

для однофазных нагрузок, распределенных вдоль линии

$$q_{\Delta u} > \frac{200 \sum_{i=1}^n P_i L_i}{\gamma \Delta u U_{\phi}^2}; \quad (9.6)$$

для трехфазной нагрузки в конце линии

$$q_{\Delta u} > \frac{100PL}{\gamma \Delta u U_{\pi}^2}; \quad (9.7)$$

для трехфазных нагрузок, распределенных вдоль линии

$$q_{\Delta U} \geq \frac{100 \sum_{i=1}^n P_i L_i}{\gamma \Delta u U_n^2}. \quad (9.8)$$

В формулах (9.5)—(9.8) следует принимать удельную проводимость алюминиевых и медных проводов соответственно равными 33 и 54 м/Ом·мм<sup>2</sup>. Найдя три значения сечения провода, в качестве выбранного сечения  $q_{\text{выбр}}$  принимают максимальное из трех ( $q_{\text{мх}}$ ,  $q_l$ ,  $q_{\Delta U}$ ). Выбрав сечение линейных проводов, можно найти действительную потерю напряжения на участке, например

$$\Delta u_d = \Delta u \frac{q_{\Delta U}}{q_{\text{выбр}}}. \quad (9.9)$$

В четырехпроводных сетях с заземленной нейтралью проводимость нейтральных проводов должна быть не менее 50% проводимости линейных проводов.

### 9.3. Примеры

**9.3.1. Асинхронный двигатель мощностью  $P_2 = 4,5$  кВт,  $\cos \varphi_1 = 0,8$ ,  $\eta = 0,85$ ,  $U_{\text{ном}} = 380$  В присоединен к линии  $L = 40$  м. Выбрать сечение провода марки АПРТО при  $\Delta u = 3\%$ .**

*Решение.*

1. Сечение провода по механической прочности

$$q_{\text{мх}} = 2,5 \text{ мм}^2.$$

2. Расчетный ток

$$I_p = \frac{P_2}{\eta \sqrt{3} U_n \cos \varphi} = \frac{4500}{0,85 \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,8} = 10 \text{ А}.$$

В соответствии с табл. 9.1 для трехпроводной линии, проложенной в стальной трубе, сечение провода по току нагрузки  $q_l = 2,0 \text{ мм}^2$  ( $I_{\text{доп}} = 18 \text{ А} > I_p = 10 \text{ А}$ ).

3. Сечение по потере напряжения ( $\Delta u = 3\%$ )

$$q_{\Delta U} = \frac{100 P_2 L}{\eta \gamma \Delta u U_n^2} = \frac{100 \cdot 4500 \cdot 40}{0,85 \cdot 33 \cdot 3 \cdot 380^2} = 1,5 \text{ мм}^2.$$

4. Выбранное значение сечения  $q_{\text{выбр}} = 2,5 \text{ мм}^2$ .

9.3.2. Светильники с лампами накаливания ( $\cos\varphi = 1$ ) присоединены к одной линии. Мощность лампы  $P = 100 \text{ Вт}$ , число ламп  $n = 15$ . Расстояние между лампами 4 м, общая длина  $L = 60 \text{ м}$ . Найти сечение провода АПВ, если  $\Delta u = 2\%$ .

*Решение.*

1. По механической прочности  $q_{\text{мх}} - 2,5 \text{ мм}^2$ .
2. Расчетный ток

$$I_p = \frac{P}{U_{\phi} \cos\varphi} = \frac{100 \cdot 15}{200 \cdot 1} = 6,8 \text{ А.}$$

3. Сечение по току нагрузки  $q_t = 2,0 \text{ мм}^2$ .
4. Сечение по потере напряжения

$$q_{\Delta U} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i L_i}{\gamma \Delta u U_{\phi}^2} = \frac{200 \cdot 100 \cdot \sum_{i=1}^{15} L_i}{33 \cdot 2 \cdot 220^2} = 3,0 \text{ мм}^2.$$

5. Выбранное сечение провода:  $q_{\text{выбр}} = 4,0 \text{ мм}^2$ .
6. Действительное значение потери напряжения по (9.9)

$$\Delta u = 2 \cdot \frac{3,03}{4} = 1,51\%.$$

9.3.3. К трехпроводной линии присоединены 10 асинхронных двигателей с одинаковыми КПД ( $\eta = 0,85$ ) и коэффициентами мощности ( $\cos\varphi = 0,82$ ). Линейное напряжение  $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ . Выбрать сечение провода АПРТО при допустимой потере напряжения  $\Delta u = 3\%$ . Мощность двигателей  $P_{2i}$  и расстояния  $L_i$  приведены в таблице 9.3.

Т а б л и ц а 9.3

$P_{2i}, \text{ кВт}$	11	7,5	4,0	15	5,5	4,0	11	3,0	2,2	5,5
$L_i, \text{ м}$	10	12	15	20	23	25	28	30	32	35

*Решение.*

1. По механической прочности  $q_{\text{мх}} = 2,5 \text{ мм}^2$ .

2. Расчетный ток по (9.2) с учетом (9.3) при коэффициенте спроса  $k_c = 0,44$  (см. табл. 9.2)

$$I_p = \frac{k_c \sum_{i=1}^{10} P_{\Sigma}}{\eta \sqrt{3} U_n \cos \varphi} = \frac{0,44 \cdot 68\,700}{0,85 \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,82} = 65,4 \text{ А.}$$

3. Сечение проводника по току нагрузки  $q_1 = 16,0 \text{ мм}^2$ , для которого  $I_{\text{доп}} = 60 \text{ А}$  больше  $I_p = 55,6 \text{ А}$ .

4. Сечение провода по допустимой потере напряжения

$$q_{\Delta U} = \frac{100 k_c \sum_{i=1}^{10} P_{\Sigma} L_i}{\eta \gamma \Delta u U_n^2} = \frac{100 \cdot 0,44 \cdot 1423 \cdot 10^3}{0,85 \cdot 33 \cdot 3 \cdot 380^2} = 5,1 \text{ мм}^2.$$

5. Выбираем сечение провода  $q_{\text{выбр}} = 16 \text{ мм}^2$ .

6. Действительное значение потери напряжения  
 $\Delta u = 3 \cdot \frac{4,33}{16} = 0,61\%.$

#### 9.4. Задачи

9.4.1. Выбрать сечение провода при наличии одного однофазного электроприемника в конце линии. Напряжение  $U_n = 220 \text{ В}$ . Способ прокладки проводов, материал проводящей жилы и допустимая потеря напряжения задаются отдельно. Мощность электроприемника, коэффициент мощности и длина линии приведены в таблице 9.4.

Т а б л и ц а 9.4

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P, кВт	3	10	8	12	9,6	5,5	7,2	4,5	6	9	8,6	7,5
L, м	50	40	60	2	40	55	65	90	80	65	60	70
cos φ	0,8	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,7	0,8	0,9	0,9	0,8	0,8

9.4.2. Выбрать сечение провода при наличии одного трехфазного приемника в конце линии. Напряжение  $U_n = 380 \text{ В}$ . Провода проложены в трубе. Материал проводящей жилы (медь или алюминий) — по указанию преподавателя. Мощность электроприемника, коэффициент мощности, длина линии и допустимая потеря напряжения приведены в таблице 9.5.



Т а б л и ц а 9.5

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P, кВт	10	15	20	18	14	7	12	22	16	18	20	11
L, м	50	40	45	55	60	80	35	40	32	48	42	70
cosφ	1,0	0,8	0,5	0,7	0,75	0,85	0,9	0,95	1,0	0,7	0,8	0,85
Δu	2	2	2	2	2	2	2,5	2,5	2,5	3	3	3

9.4.3. Выбрать сечение провода при наличии однофазных электроприемников, распределенных вдоль линии. Напряжение  $U_{\phi} = 220$  В. Провода проложены открыто. Материал проводящей жилы — по указанию преподавателя. Мощность электроприемников и расстояние от источника питания для электроприемника приведены в таблицах 9.6...9.7.

Т а б л и ц а 9.6

а)  $P_1 = 200$  Вт;  $\cos\varphi = 0,8$ ;  $\Delta u = 1,5\%$ ;

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$L_i$ , М	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27

Т а б л и ц а 9.7

б)  $P_1 = 100$  Вт;  $\cos\varphi = 1,0$ ;  $\Delta u = 1,5\%$ ;

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$L_i$ , М	10	13	15	18	20	22	25	27	30	32	35	38

в) то же, что а), но  $\cos\varphi = 0,6$ ;  $\Delta u = 1,0\%$ ;  $\Delta u = 1,2\%$ ;

д) то же, что а), но  $P_1 = 300$  Вт;

г) то же, что б), но  $\cos\varphi = 0,7$ ;

е) то же, что б), но  $P_1 = 200$  Вт.

9.4.4. Выбрать сечение провода при наличии трехфазных электроприемников, распределенных вдоль линии. Напряжение  $U_{\Delta} = 380$  В. Провода проложены в трубах. Материал проводящей жилы — по указанию

преподавателя. Мощность электроприемников и расстояние от источника питания для электроприемника приведены в таблицах 9.8...9.11.

Т а б л и ц а 9.8

а)  $P_{2i} = 2,8$  кВт;  $\cos\varphi = 0,85$ ;  $\Delta u = 2,0\%$ ;  $\eta = 0,8$ ;

i	1	2	3	4	5	6
$L_i, \text{ м}$	10	13	16	20	24	28

Т а б л и ц а 9.9

б)  $P_{2i} = 4,0$  кВт;  $\cos\varphi = 0,8$ ;  $\Delta u = 2,0\%$ ;  $\eta = 0,85$ ;

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$L_i, \text{ м}$	6	9	12	15	18	21	24	27

Т а б л и ц а 9.10

в)  $P_{2i} = 1,7$  кВт;  $\cos\varphi = 0,75$ ;  $\Delta u = 2,0\%$ ;  $\eta = 0,7$ ;

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$L_i, \text{ м}$	8	12	16	20	24	28	32	36

Т а б л и ц а 9.11

г)  $P_{2i} = 2,0$  кВт;  $\cos\varphi = 0,6$ ;  $\Delta u = 2,0\%$ ;  $\eta = 0,9$ ;

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$L_i, \text{ м}$	10	12	18	20	23	26	30	40

д) То же, что а),  $\Delta u = 1,5\%$  и  $P_{2i} = 4,0$  кВт;

е) То же, что б), но  $\Delta u = 1,5\%$  и  $P_{2i} = P_{2i}$ ;

ж) То же, что в), но  $\Delta u = 1,0\%$  и  $P_{2i} = 2,8$  кВт;

з) То же, что г), но  $\Delta u = 1,0\%$  и  $P_{2i} = 3,0$  кВт.

## Список литературы

1. *Иванов И. И., Равдоник В. С.* Электротехника: Учебник для вузов. — М.: Высшая школа, 1984. — 375 с.: ил.
2. *Рекус Г. Г., Белоусов А. И.* Сборник задач по электротехнике и электронике: Учебное пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 1991. — 416 с.: ил.
3. Сборник задач по электротехнике и электронике (под ред. проф. Герасимова В. Г.): Учебное пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 1987. — 288 с.: ил.
4. *Читечян В. И.* Электрические машины: Учебное пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 1988. — 231 с.: ил.
5. *Иванов А. А.* Справочник по электротехнике: — Киев. Вища школа, 1984.
6. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник. — М.: Энергоиздат, 1982.
7. Справочник по электроснабжению промышленных предприятий (под ред. Федорова А. А.). — М. Энергия, 1980.
8. Справочник по проектированию электроснабжения (под ред. Круповича В. И.). — М. Энергия, 1980.
9. Инструкция по проектированию силового и осветительного электрооборудования промышленных предприятий (СН 357-77).



## Оглавление

Предисловие . . . . .	4
<b>1. Электрические цепи постоянного тока . . . . .</b>	<b>5</b>
1.1. Основные понятия, определения и законы . . . . .	5
1.2. Расчет линейных электрических цепей с использованием законов Ома и Кирхгофа . . . . .	9
1.3. Основные методы расчета сложных электрических цепей . . . . .	9
1.3.1. Метод контурных токов . . . . .	9
1.3.2. Метод узловых потенциалов . . . . .	11
1.3.3. Метод эквивалентного генератора . . . . .	14
1.4. Примеры . . . . .	15
1.5. Задачи . . . . .	22
1.6. Контрольные задания . . . . .	27
<b>2. Электрические однофазные цепи синусоидального тока . . . . .</b>	<b>29</b>
2.1. Основные понятия и определения . . . . .	29
2.2. Основы комплексного метода расчета электрических цепей . . . . .	32
2.3. Идеальные пассивные элементы схем замещения . . . . .	36
2.4. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме . . . . .	37
2.5. Мощность однофазной цепи синусоидального тока . . . . .	40
2.6. Резонанс в электрических цепях синусоидального тока . . . . .	42

2.7. Методы расчета сложных электрических цепей синусоидального тока при установившихся процессах . . . . .	43
2.8. Примеры . . . . .	43
2.9. Задачи . . . . .	51
3. Трехфазные электрические цепи . . . . .	58
3.1. Основные понятия и определения . . . . .	58
3.2. Соединение звездой . . . . .	60
3.3. Соединение треугольником . . . . .	63
3.4. Мощность трехфазной цепи . . . . .	65
3.5. Примеры . . . . .	66
3.6. Задачи . . . . .	77
4. Электрические машины постоянного тока . . . . .	82
4.1. Общие положения и формулы . . . . .	82
4.2. Генераторы постоянного тока. Основные положения и формулы . . . . .	84
4.3. Двигатели постоянного тока. Основные положения и формулы . . . . .	84
4.4. Примеры . . . . .	86
4.5. Задачи . . . . .	93
4.6. Контрольные задания . . . . .	100
5. Трансформаторы . . . . .	101
5.1. Основные положения и формулы . . . . .	101
5.2. Примеры . . . . .	107
5.3. Задачи . . . . .	114
5.4. Контрольные задания . . . . .	119
6. Трехфазные асинхронные двигатели . . . . .	121
6.1. Общие положения и формулы . . . . .	121
6.2. Примеры . . . . .	126
6.3. Задачи . . . . .	132
7. Трехфазные синхронные машины . . . . .	135
7.1. Общие положения . . . . .	135
7.2. Синхронные генераторы . . . . .	135
7.2.1. Электромагнитные процессы при нагрузке. Основные положения и формулы . . . . .	135
7.2.2. Характеристики генератора при работе на автономную нагрузку . . . . .	138

7.2.3. Работа генератора параллельно с сетью . . . . .	139
7.3. Синхронные двигатели . . . . .	140
7.4. Примеры . . . . .	141
7.5. Задачи . . . . .	148
7.6. Контрольные задания . . . . .	155
8. Выбор электродвигателей . . . . .	157
8.1. Основные сведения об электроприводе и режимах работы электродвигателей . . . . .	157
8.2. Принципы выбора электродвигателей . . . . .	161
8.3. Определение мощности двигателя. Выбор двигателя по каталогу . . . . .	162
8.4. Определение мощности двигателей для некоторых механизмов . . . . .	165
8.5. Примеры . . . . .	171
8.6. Задачи . . . . .	174
8.7. Контрольные задания . . . . .	176
9. Выбор проводов . . . . .	178
9.1. Выбор марки провода . . . . .	178
9.2. Выбор сечения провода . . . . .	178
9.2.1. Выбор по механической прочности . . . . .	179
9.2.2. Выбор по току нагрузки . . . . .	179
9.2.3. Выбор по потере напряжения . . . . .	182
9.3. Примеры . . . . .	183
9.4. Задачи . . . . .	185
Список литературы . . . . .	188

**ИВАНОВ Иван Иванович**  
**ЛУКИН Александр Федорович**  
**СОЛОВЬЕВ Герман Иванович**

## **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

**Основные положения,  
примеры и задачи**

*Издание второе, исправленное*

Генеральный директор **А. Л. Кноп**  
Директор издательства **О. В. Смирнова**  
Главный редактор **Ю. А. Сандулов**  
Художественный редактор **С. Л. Шапиро**  
Подготовка оригинал-макета **С. В. Павлова**  
Выпускающий **А. В. Яковлев**

ЛР № 065466 от 21.10.97 г.

Гигиенический сертификат 78.01.07.958.П.001665.03.02  
от 18.03.02, выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»

lan@lpbl.spb.ru www.lanpbl.spb.ru

193012, Санкт-Петербург, пр. Обуховской обороны, 277,

издательство: тел.: (812)262-1178;

pbl@lpbl.spb.ru (наздательский отдел),

производственный отдел: (812)262-2495;

print@lpbl.spb.ru (производственный отдел),

склад М 1: факс: (812)267-2792, 267-1368.

trade@lpbl.spb.ru (торговый отдел),

193029, пр. Елизарова, 1,

склад М 2: (812)265-0068, 567-5493, 567-1445. root@lanpbl.spb.ru

Филиал в Москве:

Москва, 7-я ул. Текстильщиков, 5,

тел.: (095) 919-98-00, 787-59-47, 787-59-48.

Филиал в Краснодаре:

350072, Краснодар, ул. Зиповская, 7, тел.: (8612)62-97-73.

Подписано в печать 10.01.02.

Бумага типографская. Формат 84×108<sup>1/8</sup>.

Гарнитура Школьная. Печать офсетная.

Усл. п. л. 10,08. Тираж 5000 экз. Заказ № 04.94

Отпечатано с готовых диапозитивов  
в ООО «СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ПЕЧАТНЫЙ ДВОР»  
188350, Ленинградская обл., г. Гатчина, ул. Солодухина, д. 2